

양진주의와 더미 역설*

이 진 희

【국문요약】 더미 역설에 대한 양진주의적 해결전략이란 경계사례를 참인 모순으로 이해하는 것이다. 그러나 이러한 전략을 수용하기 위해서는 모순을 인정하지 않는 대안의 가능성을 먼저 고려해야 한다. 대안이 있다면 굳이 모순을 인정할 필요는 없기 때문이다. 이와 관련해서, 벨은 모순을 인정하지 않으면서 양진주의가 갖는 장점을 모두 갖는 대안을 제시한다. 필자는 이 글에서 이러한 벨의 주장이 성립하지 않음을 보일 것이다. 필자의 논의는 주로 울타리 도식 (inclosure schema)에 기초한다. 필자는 더미 역설이 울타리 도식을 만족함을 보인 후, 이 도식에 기초해서 절단점의 존재를 거부하는 대안들이 모두 모순을 함축한다는 것을 보일 것이다. 물론, 이러한 대안에는 벨의 대안 역시 포함된다. 그리고 이것은 모호성에 대한 직관 즉, ‘관용’을 수용하는 한, 양진주의를 받아들여야 한다는 것을 의미한다.

【주요어】 더미 역설, 모호성, 양진주의, 울타리 도식

투고일: 2019. 1. 18 심사 및 수정 완료일: 2019. 2. 13 게재확정일: 2019. 2. 2

* 초고의 문제점들을 세심하게 지적해 주신 심사위원 선생님들께 감사드립니다.

1. 서론

더미 역설(sorites paradoxes)에 대한 다양한 해결전략들 중 양진주의(dialetheism)가 갖는 장점은 분명하다.¹⁾ ‘관용’(tolerance)으로 표현되는 ‘모호성’에 대한 직관-모호한 용어의 적용범위를 규정하는 절단점이 없다는 직관-을 있는 그대로 보존하면서 이 역설을 해결한다는 것이다. 그러나 이러한 주장이 성립하기 위해서는 ‘참인 모순’을 인정해야 하는 충분한 이유가 제시되어야 한다. ‘참인 모순’을 인정할 경우 발생하는 철학적, 논리적 문제들에 대한 논의를 뒤로 미룬다고 하더라도, 충분한 이유 없이 모순을 인정할 필요는 없기 때문이다.²⁾ 예를 들어, 동일한 설명적 장점을 갖는 대안이 있다면, 양진주의를 수용할 필요는 없다는 것이다.

이와 관련된 양진주의자들의 논변은 크게 보아 둘이다. 하나는 ‘참인 모순’을 인정해야 위에서 제시한 장점을 가질 수 있다는 것이며, 다른 하나는 더미 역설에 대한 그들의 진단에 기초한다. 더미 역설은 절단점을 거부하는 ‘관용’뿐 아니라 절단점이 있다는 주장 역시 포함하는데, 이들의 양립불가능성은 ‘타당성’, ‘조건문’과 같은 논리적 장치들에 대한 수정 혹은 도입을 통해 해결할 수 없다는 것이다.³⁾ 간단히 말해, 모호성에 대한 직관을 유지하는 한, 양립 불가능한 ‘관용’과 ‘절단점 있음’을 모두 수용해야 하며 그래서 ‘참인 모순’을 인정해야 한다는 것이다. 그리고 이러한 주장을 뒷받

1) 이 글에서 논의하는 더미 역설과 관련된 양진주의자들의 주장은 주로 Priest(2010), Weber(2010)에 기초한다.

2) 모순을 인정하는 것과 관련된 대표적인 논리적 문제는 ‘폭발’(explosion)이라고 할 수 있다. 즉 모순으로부터 모든 것이 추론된다는 것과 관련된 문제이다.

3) 위의 주장은 더미 역설이 논리적 문제 이전에 직관의 문제라는 것을 의미한다. 이와 관련된 논의는 Prest(2004), 참조.

침 하는 논거 중 하나는, 더미 역설이 울타리 도식(inclosure schema)을 만족한다는 것이다.

벨(Beall, 2014a, b)은 이러한 양진주의자들의 주장에 대한 흥미로운 비판을 제시한다. 그가 제시한 비판의 핵심은 위에서 언급한 대안과 관련된다. 그는 ‘참인 모순’을 인정하지 않고도, 양진주의가 갖는 장점을 모두 갖는 대안적 이론이 가능하다고 주장한다. 또한 그는 울타리 도식이 양진주의의 충분한 근거가 아니라는 것을 커리 역설(Curry’s paradox)을 통해 제시한다. 따라서 그의 비판은 양진주의를 수용했을 경우 발생하는 문제에 대한 것이 아니라, 양진주의를 더미 역설에 적용하는 것에 대한 것이다.⁴⁾

벨의 비판에 대한 양진주의자들(Weber et al. 2014)의 주된 반박은, 그가 문제를 전환했다는 것이다.⁵⁾ 양진주의의 장점 중 하나는 ‘모호성’에 대한 직관, 특히 ‘관용’과 관련된 직관을 보존하는 것인데, 벨은 자신이 제시한 연결사에 의해 ‘관용’을 재구성한 후 이에 기초한 해결전략을 제시했다는 것이다. 결국, 직관적으로 정의되는 더미 역설을 해결하지 못했다는 것이 양진주의자들의 주장이다. 또한 그들은 울타리 도식과 양진주의의 관계는 간접적일 뿐 아니라, 커리 역설이 울타리 도식을 만족하지도 않는다고 주장한다.

필자 역시 이러한 양진주의자들의 주장에 대부분 동의한다. 필자가 벨의 비판에 다시 주목하는 이유는, 울타리 도식의 역할과 관련된다. 간단히 말해, ‘관용’ 혹은 ‘절단점 없음’을 수용하는 한, 참인 모순 역시 인정할 수밖에 없다는 것을 울타리 도식을 통해 보일

4) 벨이 과결정론(glut theory)을 수용하면서도, 더미 역설에 대해서는 양진주의를 거부하는 이유 역시 위의 주장과 관련해서 이해할 수 있다. 또한 벨이 주장하듯이, 다양한 유형의 과결정론이 존재한다. 벨이 비판하는 대상이면서 이 글에서 주로 논의하는 것은 Colyvan(2009), Prest(2010), Weber(2010)에서 제시된 것이다.

5) 위의 비판은 웨버(Weber), 프리스트(Priest), 콜리반(Colyvan), 립리(Ripley), 하이드(Hyde)가 공동으로 제시한 것이다.

수 있다는 것이다. 그러나 이러한 주장이 성립하기 위해서는 벨이 제시한 것과 같은 ‘대안’이 성공적이지 않음을 보여야 한다. 앞에서 언급했듯이, 대안이 가능하다면 굳이 모순을 인정할 필요는 없기 때문이다.

이를 위해, 필자는 ‘관용’을 거부하면서 ‘분명한 절단점’은 인정하지 않는 간극이론(gap theory)뿐 아니라 벨과 같이 ‘관용’을 수용하면서 모순을 인정하지 않는 전략 역시 ‘절단점 없음’과 관련된 모순을 함축함을 보일 것이다. 또한 이러한 모순이 발생한 이유가 더미 역설의 조건인 대상들의 ‘나열가능성’과 ‘관용’의 양립불가능성에 있다는 것을 보일 것이다. 그러나 필자의 논의에 의해 양진주의가 바로 정당화되지는 않는다. ‘관용’을 단적으로 거부하는 그래서 ‘분명한 절단점’을 수용하는 전략의 가능성은 여전히 남아 있기 때문이다. 그래서 이 글을 통해 필자가 보이고자 하는 것은, 더미 역설을 해결하기 위해서는 ‘분명한 절단점’과 ‘참인 모순’ 중 하나를 받아들일 수밖에 없다는 것이다.

이를 위해 필자는, 2장에서 더미 역설에 대한 해결전략들을 소개하면서 양진주의가 갖는 특징을 소개할 것이며, 3장에서는 울타리 도식과 양진주의에 대한 벨의 비판을 소개할 것이다. 그리고 4장과 5장에서 울타리 도식에 기초한 필자의 논증을 제시할 것이다.

2. 더미 역설에 대한 해결전략

다양한 유형의 더미 역설이 있지만, 이 글에서는 가장 단순하고 직관적인 형태의 더미 역설을 제시한 후, 이에 대한 양진주의자들의 주장과 벨의 비판을 살펴볼 것이다. 단순하고 직관적인 형태의 더미 역설을 통해 이 역설의 특징이 보다 분명하게 드러날 뿐 아니라, 양진주의와 벨이 논의하는 것 역시 이러한 형태의 더미 역설

이기 때문이다.

더미 역설은 기본적으로 ‘극점’과 ‘관용’이라는 모호성에 대한 두 직관으로 구성된다. 또한 이 역설이 성립하기 위해서는 위의 두 직관이 적용되는 대상들의 나열을 전제해야 한다. 모호한 용어 P와 관련된, ‘P-더미’가 성립하기 위해서는 P와 관련된 차이, 특히 아주 작은 차이로 나열된 대상들 ‘ a_1, a_2, \dots, a_n ’을 전제해야 한다.⁶⁾ 예를 들어 ‘키가 큼’과 관련해서는 1cm나 1mm 혹은 그 이하의 차이로 나열된 대상들이 있어야 한다는 것이다.

위에서 언급한, ‘극점’은 모호한 용어라도 그것이 적용되는 분명한 사례가 있다는 것에 기초한다. 간단히 말해, ‘키가 큼’이 모호하다고 하더라도 분명하게 큰 사람과 분명하게 크지 않은 사람은 있다는 것이다. 그리고 이것은 위에서 제시한 대상들의 나열, 즉 더미 열의 첫 번째 대상과 마지막 대상에 우선 적용된다. 그리고 이것이, 필자가 이 직관을 ‘극점’이라고 표현하는 이유다.

‘관용’ 역시 ‘모호성’에 대한 대표적 직관이다. 모호한 용어는 그것의 적용영역이 분명하게 규정되지 않는다는 것을 반영하는 것이기 때문이다. ‘관용’을 규정하는 다양한 방법이 있지만, 이 직관은 기본적으로 더미 열의 인접한 대상들의 P-관련 값이 같다는 것으로 P의 적용영역을 확정하는 절단점이 없다는 것을 의미한다. 그래서 이 두 직관은 아래와 같이 제시될 수 있다.

극점: $Pa_1, \sim Pa_n$ (혹은 $\sim Pa_1, Pa_n$)

관용: $Pa_k \equiv Pa_{k+1} \quad (1 \leq k < n)$ ⁷⁾

6) 위에서 언급한 ‘차이’가 균일할 필요는 없다. 중요한 것은 P가 적용되는 대상들이 나열 가능해야 한다는 것이다.

7) 더미 역설과 관련된 논쟁의 중심 문제 중 하나는 ‘관용’에 대한 정확한 이해에 대한 것이다. 위에서 제시한 것은, 이러한 논쟁과 무관한 최소 직관이다. 특히 의미론적인 최소 직관이다. 또한 필자가 ‘관용’을 ‘조건문’이 아니라 ‘동

Pa_1 을 첫 번째 전제로 ‘관용’을 두 번째 전제로 갖는 논증을 구성할 경우 역설이 발생한다. Pa_1 과 ‘관용’에 의해 Pa_2 가 추론되며, 같은 이유로 Pa_3 뿐 아니라 Pa_n 역시 추론되기 때문이다. 간단히 말해, ‘관용’을 수용할 경우 동치관계의 추이성(transitivity)에 의해 더미 열의 모든 대상이 P라는 결론이 도출된다는 것이다. 그런데 이러한 주장은 $\sim Pa_n$ 이라는 ‘극점’과 모순일 뿐 아니라 ‘더미 열의 모든 대상이 P이면서 $\sim P$ 이다’ 역시 도출된다. $\sim Pa_n$ 을 첫 번째 전제로 갖는 논증도 가능하기 때문이다.

이 역설이 발생한 기본적 이유는 ‘관용’과 ‘극점’의 양립불가능성에 있다. ‘관용’은 절단점이 없다는 것, 즉 ‘ Pa_k 와 Pa_{k+1} 의 값이 다른 a_k 는 없다’를 의미하는 반면, ‘극점’은 이러한 절단점이 있다는 것을 함축하기 때문이다. 물론, ‘극점’이 절단점의 존재를 함축한다는 주장은 고전논리를 전제했을 경우에만 성립한다는 비판이 제기될 수 있다. 절단점의 존재 자체가 이가율(rule of bivalence)을 전제하는 것으로 이해될 수 있기 때문이다. 그러나 이러한 주장은 성립하지 않는다. 절단점은 P와 관련된 값이 달라지는 지점을 의미할 뿐 참과 거짓의 절단점, 즉 Pa_k 이고 $\sim Pa_{k+1}$ 인 지점을 의미하지는 않는다. 그래서 ‘극점’이 절단점의 존재를 함축한다는 것은 고전논리를 가정하지 않아도 성립한다. P-관련성에 의해 나열된 ‘ a_1, a_2, \dots, a_n ’들에 대해서 Pa_1 과 $\sim Pa_n$ 이 성립하기 위해서는 P와 관련된 값이 달라지는 지점이 있어야 한다는 것은 명백하기 때문이다.⁸⁾ 그러나

치관계’를 통해 표현한 것 역시 이러한 직관을 좀 더 분명하게 드러내기 위함이다. 뒤에서 제시하는 필자의 논의는 ‘관용’을 ‘조건문’을 통해 정의해도 동일하게 적용된다.

8) 위의 논의는 Pa_k 가 성립할 경우 a_k 보다 작은 모든 a_i 가 P를 만족함을 전제한다. 또한 위의 논의는 다치논리와 같은 비고전 논리를 도입해도 성립한다. 예를 들어, 뒤에서 논의할 간극이론과 같이 미결정 진술을 도입할 경우, 즉 ‘참’, ‘거짓’ 뿐 아니라 ‘미결정’을 도입해도 위의 주장은 성립한다. 더미 역설과 관련해서 미결정 진술을 도입하는 이유가 Pa_1 과 $\sim Pa_n$ 사이에 값이 달

이러한 주장은 ‘관용’과는 양립불가능하다. ‘관용’은 더미 열의 인접한 대상들의 값이 갖는다는 것을 의미하므로, 절단점의 존재 자체를 거부하는 것이기 때문이다. 예를 들어, ‘극점’을 설명하기 위해 미결정 진술을 도입할 경우, 미결정인 첫 번째 Pa_k 는 참인 Pa_{k-1} 과 동치가 아니고 그래서 ‘관용’은 성립하지 않는다.

이러한 ‘극점’과 ‘관용’ 중 어느 것도 거부하기 쉽지 않지만, ‘극점’을 거부하기 더 어려울 뿐 아니라 모호성의 특징을 드러내는 것은 ‘관용’이다. 그래서 더미 역설에 대한 해결전략은 대부분 ‘관용’과 관련된다. 그런데 이러한 해결전략은 결국 ‘관용’을 거부하거나 수용하는 것인데, 이 경우 모두 쉽지 않은 문제에 직면한다. ‘관용’을 거부하기 위해서는, 모호성에 대한 우리의 직관이 왜 오류를 범하는지 설명해야 한다. 앞에서 언급했듯이, ‘관용’은 ‘모호성’의 정의적 특징 혹은 직관을 대표하는 것이기 때문이다.⁹⁾ 이러한 설명의 부담은 ‘관용’을 수용해도 발생한다. ‘절단점 없음’을 함축하는 이 규칙과 ‘절단점 있음’을 함축하는 ‘극점’의 양립가능성을 설명해야 하기 때문이다.

앞으로의 논의에서, 필자는 ‘관용’을 거부하는 것을 ‘전략1)’이라고 부르고, ‘관용’을 수용하는 것을 ‘전략2)’라고 부를 것이다. 전략1)은 더미 역설의 전제를 거부하는 것인 반면, 전략2)는 이 역설을 구성하는 논증의 타당성을 거부하는 것이라고 할 수 있다. 전략2)의 경우, 더미 역설의 전제인 ‘관용’과 ‘극점’을 모두 수용하는 것이기 때문이다.

라지는 지점이 있다는 것일뿐더러, 미결정인 Pa_i 를 ∇Pa_i 라고 할 경우, Pa_i 과 ∇Pa_i 사이에 값이 달라지는 지점 역시 발생하기 때문이다. 그리고 이것이 뒤에서 논의할 고차모호성(higher order vagueness)이 발생하는 이유이기도 하다. 초고에서 이 부분을 정확하게 논의하지 못했다. 이와 관련된 문제를 제시해 주신 심사위원 선생님께 감사드린다.

9) 이와 관련된 논의는 priest(2004). pp.10-12, 참조.

더미 역설과 관련된 대부분의 논의는 전략1)에 속한다. 그런데 전략1)은 다시 두 분류로 나누어진다. 하나는 ‘관용’을 단적으로 거부하고, 그에 기초해서 모호성에 대한 우리의 직관을 설명하는 전략이며, 다른 하나는 ‘관용’ 자체는 거부하지만, 절단점이 없다는 직관을 유지하기 위한 대안을 제시하는 것이다. 예를 들어, 윌리엄슨(Williamson, 1994)과 같은 인식주의자들은 ‘관용’을 거부하고, 우리가 절단점이 없다는 잘못된 직관을 갖는 이유를 인식적으로 설명한다.

이에 반해, 초평가주의(supervaluationism)와 같은 간극론(gap theory)에서는 ‘관용’은 거부하지만, 분명하게 참도 아니고 분명하게 거짓도 아닌 경계사례(border case)를 통해 모호성에 대한 우리의 직관을 설명한다.¹⁰⁾ ‘관용’은 성립하지는 않지만, P와 \sim P 사이에 P인지 아닌지를 결정할 수 없는 미결정 사례가 있고, 그래서 P와 \sim P 사이의 분명한 절단점은 없다는 것이다. 간단히 말해, P-더미를 구성하는 더미 열의 모든 대상 a_i 에 대해서, ‘ $P a_i$ 와 $P a_{i+1}$ 의 값이 같다’는 ‘관용’을 거부하는 대신 ‘ $P a_i$ 는 참이면서 $P a_{i+1}$ 은 거짓인 a_i 는 없다’는 ‘약화된 관용’을 제시하는 것이다. 그래서 우리는 전략1)을 다시 강한전략과 약한전략으로 나눌 수 있다.¹¹⁾

강한전략1) ‘관용’을 거부하고 분명한 절단점을 인정하는 전략
 약한전략1) ‘관용’은 거부하지만, 분명한 절단점은 인정하지 않는 전략.

이러한 전략1)과 달리, 양진주의가 속하는 전략2)가 성립하기 위

10) 초평가주의와 관련해서는 Fine(1975), Keef(2000) 참조.

11) ‘관용’과 관련된 대부분의 논의는 전략1)과 관련된다. 물론, 이러한 논의에는 간극이론뿐 아니라 강한전략1)로 분류할 수 있는 ‘인식적 관용’ 역시 다양하게 제시된다. 이와 관련된 논의는 Bueno and Colyvan(2012), 참조.

해서는 절단점을 거부하는 ‘관용’과 절단점을 함축하는 ‘극점’의 양립가능성을 입증해야 할 뿐 아니라 동치관계의 추이성 역시 거부해야 한다. 위에서 확인했듯이, ‘관용’과 ‘극점’을 모두 수용하면서 동치관계의 추이성을 거부하지 않으면, 더미 열의 모든 대상이 P이면서 $\sim P$ 라는 받아들일 수 없는 결론이 도출되기 때문이다.

이와 관련된 양진주의자들의 답은 생각보다 간단하다. ‘극점’과 ‘관용’을 모두 수용하기 위해서는 ‘경계사례’를 참인 모순 즉 P를 만족하면서 동시에 만족하지 않는 사례로 이해해야 한다는 것이다. ‘극점’을 받아들일 경우, P와 관련된 값이 변하는 더미 열의 지점이 있어야 하는데, ‘관용’은 그러한 절단점의 존재를 거부한다. 따라서 이 두 조건을 모두 수용하기 위해서는, 진리값이 변화하는 사례인 경계사례 a_k 와 관련된, Pa_k 를 참이면서 동시에 거짓으로 이해해야 한다는 것이 양진주의자들의 주장이다.

더해서, 경계사례를 위와 같이 양진적으로 이해할 경우, 절단점 없음을 수용하면서 동치관계의 추이성을 거부할 수 있다. 이 점을 확인하기 위해, a_{k-1} 은 P를 만족하고, a_k 는 P의 경계사례이고, a_{k+1} 은 P를 만족하지 않는 모형 M을 생각해보자. 이 경우, Pa_k 의 양진성에 의해 Pa_k 는 Pa_{k-1} 과 동치이다. 두 진술이 모두 참이기 때문이다. 또한 Pa_k 가 거짓이라는 것에 의해, Pa_k 와 Pa_{k+1} 역시 동치이다. 그러나 Pa_{k-1} 과 Pa_{k+1} 은 동치가 아니다. Pa_{k-1} 은 참이지만 Pa_{k+1} 은 거짓이기 때문이다. 결국 Pa_k 의 양진성에 의해 ‘관용’이 만족되지만, 그렇다고 추이성은 성립하지 않는다.

그렇지만, 위의 주장만으로는 ‘관용’을 통해 표현되는 ‘절단점 없음’을 설명하기는 어렵다. 경계사례 혹은 거짓인 사례의 시작점을 절단점으로 이해할 수 있기 때문이다. 예를 들어, M에서 a_k 나 a_{k+1} 을 절단점으로 이해할 수 있다. 그리고 이 경우 ‘관용’을 만족했다고 말하기 어렵다. ‘관용’은 ‘동치’라는 논리적 관계 이전에 ‘절단

점 없음'이라는 모호성에 대한 직관을 대표하는 것이기 때문이다. 그러나 이 점 역시 경계사례의 양진성을 통해 설명할 수 있다. 웨버가 입증했듯이, 경계사례를 양진적으로 이해할 경우 '절단점이 있다'는 주장 역시 양진적이라는 것이 추론되기 때문이다.¹²⁾

이 점은 다음과 같이 입증된다. 우선, 그가 제시했듯이, x 가 P 와 관련된 절단점이라는 것은 ' x 는 P 가 아니며 x 보다 작은 모든 것은 P 이다'를 의미한다. 그래서 절단점이 있다는 것은 아래 식이 참이라는 것을 의미한다.

$$\text{절단: } \exists x(\sim Px \wedge \forall y(y < x \rightarrow Py))$$

모형 M 에서, ' $\sim Px \wedge \forall y(y < x \rightarrow Py)$ '를 만족할 수 있는 것은 a_k 와 a_{k+1} 이다. 그런데 양진적인 Pa_k 를 대입하면, 첫 번째 연언지가 양진적이고 그래서 전체문장이 양진적이라는 것이 도출된다. 더해서, a_k 가 반드시 첫 번째 경계사례일 필요도 없다. a_k 가 P 의 경계사례이면서 그 보다 선행하는 경계사례가 있을 경우에도 Pa_k 는 양진적일 뿐 아니라 이 경우 두 번째 연언지 역시 양진적이기 때문이다. a_{k-1} 이 경계사례라고 할 경우, Pa_{k-1} 은 Pa_k 와 같은 이유로 양진적이고, 그래서 두 번째 연언지 역시 양진적이라는 것이다. 그리고 이러한 주장은 경계사례인 모든 a_i 에도 그대로 적용된다.

더해서, $\sim P$ 인 첫 번째 사례, 즉 a_{k+1} 의 경우에도 '절단'이 양진적이라는 것이 도출된다. 이 경우 $\sim Pa_{k+1}$ 은 성립하지만, Pa_k 는 양진적이고 그래서 '절단'의 두 번째 연언지가 양진적이기 때문이다. 그리고 이 경우, '절단점이 있다'가 양진적이라는 것이 도출된다. ' $\sim Px \wedge \forall y(y < x \rightarrow Py)$ '을 만족할 수 있는 것은 경계사례나 $\sim P$ 인 첫 번째 사례인데, 위에서 확인할 수 있듯이 이 모든 경우 이 식은 양

¹²⁾ Weber(2010), pp.9-10, 참조.

진적이기 때문이다.¹³⁾

물론, 그렇다고 절단점이 없는 것은 아니다. ‘ a_k 가 절단점이다’는 주장이 양진적이라는 것 자체가 그것이 절단점이면서 절단점이 아님을 의미하는 것이기 때문이다. 또한 이러한 양진적 절단점이 여럿이라는 것 역시 위의 논의로부터 도출된다.¹⁴⁾ 그리고 이것이 ‘관용’과 ‘극점’의 양립가능성, 즉 ‘절단점 있음’과 ‘절단점 없음’의 양립가능성에 대한 양진주의적 해결방법이다. 절단점과 관련된 양립불가능성을 양진성으로 해결한다는 것이다. 또한 이것이 더미 역설과 관련된 대표적인 복수문제인 고차모호성(higher order vagueness)으로부터, 양진주의가 자유로운 이유이기도 하다.

고차모호성은 P와 $\sim P$ 사이의 절단점을 해결하기 위해 경계영역 BP를 도입할 경우, 이러한 BP와 P 사이의 새로운 절단점이 발생한다는 것에 기초한다. 그리고 이러한 고차모호성은 경계사례를 어떻게 정의하든, 심지어 과결정으로 이해하더라도, BP가 P와 다른 값을 가질 경우 발생하는 문제이다. BP인 a_k 와 P인 a_{k-1} 과 관련해서, Pa_k 와 Pa_{k-1} 의 값이 다르다면, Pa_k 와 Pa_{k-1} 은 동치가 아니고 그래서 절단점의 문제가 다시 발생한다는 것이다. 그런데 위에서 확인했듯이, 양진주의에서는 Pa_k 와 Pa_{k-1} 이 동치일 뿐 아니라, ‘절단점이 있다’는 주장 자체를 양진적으로 이해한다. 따라서 P와 BP 사이의 새로운 절단점의 문제가 처음부터 발생하지 않는다. P와 $\sim P$ 사이의 절단점의 존재 자체가 양진적이기 때문이다. 그러나 ‘관용’을 수용하는 모든 전략이 참인 모순을 인정하는 것은 아니다. ‘관용’은 수용하지만 참인 모순은 인정하지 않는 전략의 가능성이 남아 있기 때문이다. 벨이 제시한 대안이 바로 이 전략이라고 할 수 있다. 그

13) 당연하지만, $\sim P$ 인 두 번째 사례 a_{k+2} 의 경우 $\sim Pa_{k+1}$ 이 성립하므로 ‘ $\sim Px \wedge \forall y(y < x \rightarrow Py)$ ’를 만족하지 않는다.

14) 예를 들어, ‘ a_k 는 절단점이다’와 ‘ a_{k+1} 은 절단점이다’가 모두 양진적이므로, 절단점이 여럿이라는 주장이 성립한다는 것이다.

래서 전략2) 역시 강한전략과 약한전략으로 나눌 수 있다.

강한전략2) ‘관용’을 수용하면서 모순을 인정하는 전략

약한전략2) ‘관용’은 수용하지만, 모순은 인정하지 않는 전략.

이상의 논의를 통해, 우리는 더미 역설에 대한 해결전략이 기본적으로 위의 네 전략으로 분류된다는 것을 확인하였다. 앞으로의 논의에서 필자는 약한전략1)과 약한전략2)가 성립하지 않음을 보일 것이다. 이 글의 목적은 ‘관용’ 혹은 ‘절단점 없음’을 수용하면서 참인 모순을 함축하지 않는 대안이 없음을 보이는 것이기 때문이다.

3. 울타리 도식과 벨(Beall)의 대안

서론에서 제시했듯이, 벨은 더미 역설에 대한 양진주의적 해결전략을 거부한다. 그가 제시한 비판은 크게 보아 둘이다.¹⁵⁾ 하나는 ‘관용’을 유지하면서도 모순을 인정하지 않는 대안이 가능하다는 것이며, 다른 하나는 양진주의자들의 주요 논거 중 하나인 울타리 도식에 대한 것이다. 필자는 이 장에서 이러한 울타리 도식을 간단

15) 벨은 위에서 제시한 비판 뿐 아니라 양진주의에 대한 다른 문제점 역시 제시한다. 예를 들어, 양진주의에 따를 경우, 모든 절단점은 ‘유일한’ 절단점이라는 것이 도출된다는 비판을 제시한다. 이 비판은 일견 그럴듯해 보인다. 2장에서 논의했듯이, 양진주의자들은 절단점이 여럿이라는 것을 인정하기 때문이다. 그러나 이 비판이 그리 큰 문제를 야기하지는 않는다. 양진주의자들이 주장하듯이, ‘ a_k 는 절단점이다’가 양진적인 것처럼 ‘ a_k 는 유일한 절단점이다’ 역시 양진적이기 때문이다. 더해서, 이 글의 주제는 울타리 도식이 참인 모순을 함축한다는 것 그리고 이와 관련된 대안이 성립하지 않음을 보이는 것이기 때문에, 위에서 제시한 벨의 비판과 관련된 논의는 포함하지 않았다. Beall(2014a), pp.14-15, Weber et al(2014) p.824, 참조.

히 소개하면서 이에 대한 벨의 비판을 살펴 본 후, 그가 제시한 대안이 갖는 특징을 확인할 것이다. 프리스트가 제시했듯이, 울타리 도식은 아래와 같은 구조를 갖는다.¹⁶⁾

1. 다음 조건을 만족하는 집합 S 가 존재한다.

$$S = \{x : P(x)\}, D(S) \text{ [존재(existence)]}^{17)}$$

2. 만약 $X \subseteq S$ 이고 $D(S)$ 라면, (a)와 (b)가 만족된다.

$$(a) f(X) \notin X \text{ [초월(transcendence)]}$$

$$(b) f(X) \in S \text{ [닫힘(closure)]}$$

위의 세 조건, 즉 ‘존재’, ‘초월’, ‘닫힘’이 만족될 경우 그리고 ‘ $X=S$ ’일 경우 모순이 발생한다. 초월에 의해 ‘ $f(S) \notin S$ ’인 반면, 닫힘에 의해 ‘ $f(S) \in S$ ’이기 때문이다.

이러한 울타리 도식의 특징은, ‘가장 큰 서수’와 관련된 부랄리-포르티(Burali-Forti) 역설을 통해 쉽게 파악할 수 있다.¹⁸⁾ 이 경우 $P(x)$ 는 ‘ x 는 서수다’를 의미하고 그래서 S 는 모든 서수들의 집합이다. 그리고 $f(X)$ 는 X 에 속하는 서수들보다 큰 가장 작은 서수를 지시하는 대각 함수이다. 이러한 $f(X)$ 가 ‘초월’과 ‘닫힘’을 만족한다는 것, 특히 ‘ $X=S$ ’인 경우에도 $f(S)$ 가 초월과 닫힘을 만족한다는 것은 쉽게 입증된다. 서수에 대한 정의, 특히 폰 노이만의 정의에 의해 ‘초월’이 만족되는 반면, $f(S)$ 역시 서수이기 때문에, S 에 대

¹⁶⁾ Priest(2010), p.70. 논의의 편의를 위해 기호는 수정하였다.

¹⁷⁾ ‘ $D(S)$ ’는 생각가능하다. 이 경우, ‘ D ’는 ‘ $X=X$ ’와 같은 공허한 조건으로 이해할 수 있다. 참고로 ‘ D ’는 주로 ‘정의가능성’을 의미하는 것으로 의미론적 역설과 관련해서는 공허하지 않은 역할을 수행한다.

¹⁸⁾ 위에서 제시한 부랄리-포르티 역설에 대한 설명은 프리스트(2010)를 참고한 것이다. 다양한 역설들 중 부랄리-포르티 역설을 예로 든 것은, 이 역설을 통해 울타리 도식의 특징, 특히 더미 역설과 관련된 특징을 보다 쉽게 이해할 수 있기 때문이다. Priest(2010), p.70, 참조.

한 정의에 의해, ‘단합’ 역시 만족되기 때문이다.

이러한 울타리 도식의 조건들을 더미 역설이 만족한다는 것은 4장에서 구체적으로 제시할 것이지만, 이 도식이 성립한다면 모호한 용어 P를 만족하는 대상들의 집합 S에 속하지 않은 첫 번째 대상이 S에 속한다는 모순이 발생한다. 이 경우에도 f(X)는, 위에서 제시한 부랄리-포르티 역설에서처럼, X에 속하지 않는 첫 번째 대상을 지시하는 대각함수이기 때문이다. 다시 말해, ‘초월’에 의해 S에 속하지 않는 첫 번째 대상은 S의 원소가 아니지만, ‘단합’에 의해 그 대상은 S의 원소라는 모순이 발생한다는 것이다.

f(S)가 지시하는 더미 열의 대상을 a_k 라고 할 경우, 위의 논의로부터 Pa_k 가 참인 모순이라는 것이 쉽게 추론되는 것처럼 보이지만, 이와 관련된 양진주의자들의 주장은 그렇지 않다.¹⁹⁾ 개별적 역설의 특징에 따라 다른 해결전략이 제시될 수 있기 때문이다. 이 점은 부랄리-포르티 역설과 관련해서 잘 드러난다. 부랄리-포르티 역설이 울타리 도식을 만족하지만, 이 역설에 대한 일반적 해결방법은 집합 개념을 수정하는 것이다. 즉, ‘크기 제한 원리’를 통해 집합 개념을 수정함으로써, 이 역설이 울타리 도식의 ‘존재’를 만족하지 않도록 하는 것이다.²⁰⁾ 결국, 울타리 도식을 만족한다고 하더라도 각 역설의 특징에 따라 다른 해결전략이 제시될 수 있다는 것이다.

이러한 울타리 도식의 특징, 특히 양진주의자들이 이해하는 울타리 도식의 특징에 기초하면, 서론에서 벨이 제시한 비판들 중 커리 역설에 기초한 비판이 그리 효과적이지 않다는 것을 알 수 있다.

19) 이러한 양진주의자들의 태도는 Weber(2010), p.7, Priest(2010), p.72, 참조.

20) 프리스트를 비롯한 많은 양진주의자들은 위의 해결방법을 수용하지 않는다. 그들은 부랄리-포르티 역설을 포함한 집합론적 역설과 관련해서 ‘존재’를 거부하는 대신 ‘비일관적 집합’을 도입한다. 그러나 그 경우에도 위에서 제시한 주장, 즉 각 역설의 특징에 대한 고려가 필요하다는 것은 유지된다. Prest(2013), 참조.

커리 역설에 기초한 벨의 비판(2014a, b)은 이 역설이 울타리 도식을 만족하지만 그렇다고 커리 문장을 참인 모순으로 보기 어렵다는 것이다. 그러나 커리 역설이 울타리 도식을 만족한다는 벨의 주장 자체가 논쟁적일 뿐 아니라, 커리 역설과 더미 역설이 독립적이고 그래서 각 역설에 대한 평가 및 해결방법 역시 독립적이어야 한다는 주장이 제시될 수 있기 때문이다.²¹⁾

물론, ‘통합적 해결’, 즉 울타리 도식을 만족하는 모든 역설에 대한 동일한 해결전략이 적용된다는 것을 인정하면 문제는 달라진다. 이 경우 ‘커리 역설’이 반례로 성립할 수 있기 때문이다. 그러나 위에서 보았듯이, 양진주의자들이 이해하는 울타리 도식의 역할은 제한적일 뿐 아니라 각 역설에 대한 해결전략 역시 다를 수 있다. 부랄리-포르티 역설을 통해 확인했듯이, 개별적 역설의 특성에 따라 다른 해결전략이 제시될 수 있기 때문이다.

이에 반해서, 벨이 제시한 ‘관용’의 대안은 양진주의와 관련된 중요한 논점을 제시한다. 그의 대안은 모순을 인정하지 않고도 ‘관용’을 수용할 수 있음을 보이기 위한 것이기 때문이다. 그래서 벨의 전략은 약한전략²⁾라고 할 수 있다. 실제로 벨은 더미 역설의 해결전략은 ‘참인 관용’을 찾는 것이라고 규정한다. 모순을 함축하지 않는 ‘관용’을 찾는 것이 더미 역설과 관련된 가장 중요한 문제라는 것이다. 그런데 이러한 주장이 성립하기 위해서는, 비추이적 동치관계를 제시해야 한다. 2장에서 보았듯이, 동치관계의 추이성을 인정하면 더미 열의 모든 대상은 P이면서 $\sim P$ 라는 결론이 도출되기 때문이다. 따라서 ‘참인 관용’이란 비추이적 동치관계에 기초한 ‘관용’이라고 할 수 있다. 물론, 양진주의 역시 이 과제를 충족한다. 2장에서 제시했듯이, 양진주의를 수용하면 비추이적 동치관계를 구

21) 커리 역설과 관련된 벨의 비판에 대한 반박은 Weber et al(2014), pp. 821-824, 참조.

성할 수 있기 때문이다. 따라서 벨이 주장하는 ‘참인 관용’이란 모순을 인정하지 않는 비추이적 동치관계라고 할 수 있다.

이와 관련해서, 벨(Beall, 2014a)은 ‘주장가능성’ 및 이에 기초한 ‘조건문’을 도입해서, 모순을 인정하지 않고도 비추이적 동치관계가 성립함을 보인다. 그는 ‘주장가능성’을 ‘점 의미론’(point semantics)을 통해 도입하지만, 이 의미론이 핵심은 아니다. 그가 주장하듯, ‘주장가능성’ 대신에 ‘인지가능성’과 같은 다른 연산자를 도입해도 그의 주장은 성립하기 때문이다.²²⁾ 그의 논의에서 핵심은, ‘주장가능성’과 같은 연산자가 ‘풀림(release)’을 만족하지만 ‘구속(capture)’을 만족하지 않는다는 것이다. 예를 들어, r-연산자가 ‘풀림’을 만족한다는 것은 rP가 P를 함축한다는 것이고, 구속을 만족하지 않는다는 것은 P가 rP를 함축하지 않는다는 것이다.²³⁾ 그래서 ‘주장가능성’이 위의 관계를 만족한다는 것은, 주장가능하면 참이지만 그 역은 성립하지 않음을 의미한다. 그리고 이 경우, ‘참’과 ‘주장가능하지 않음’이 양립가능할 수 있다. ‘주장가능성’과 관련해서 ‘구속’은 성립하지 않고 그래서 ‘참이지만 주장가능하지 않은’ 사례가 있을 수 있기 때문이다.

벨은 이러한 ‘참이지만 주장가능하지 않음’에 의해 경계사례를 정의한다. ‘주장가능하지 않음’을 ‘u’라고 할 경우, ‘ $uP \wedge P$ ’를 만족하는 것을 경계사례로 정의한다. 이러한 정의 자체는 받아들일 수 있다. ‘참이지만 주장가능하지 않은’ 사례를 참임을 주장 가능한 사례와 거짓임을 주장 가능한 사례 사이의 경계사례로 이해할 수 있기 때문이다. 간극이론에서 경계사례를 ‘분명하게 참인 사례’와 ‘분명하게 거짓인 사례’ 사이의 사례로 정의하듯이, 벨 역시 ‘참임

22) Beall(2014a), pp.806-807, 참조.

23) 이러한 관계를 벨은 r이 P의 필요조건은 아닌 충분조건이라는 말로 설명하기도 한다. 예를 들어, ‘주장가능성’은 참이기 위한 충분조건이지만, 필요조건은 아니라는 것이다. Beall(2014a), p.807.

을 주장 가능한 사례'와 '거짓임을 주장 가능한 사례' 사이의 영역을 통해 경계사례를 정의한다는 것이다.

또한 이러한 'u'에 기초해서 벨은 조건문($P \rightarrow Q$)을 ' $uP \vee Q$ '로 정의한다. 이 역시 앞에서 언급한 'u'의 특성에 기초한다. 'P가 아님' 대신 'P를 주장할 수 없음'이라는 약화된 표현을 통해 '조건문'을 정의한다는 것이다. 물론, 이러한 조건문은 일반적 혹은 고전적 조건문과 구분된다. 그래서 앞으로의 논의에서 필자는, 혼란을 피하기 위해, 벨이 규정한 조건문을 ' $\rightarrow_{\text{Beall}}$ '이라고 표현할 것이다.²⁴ '동치' 역시 새롭게 정의된다. ' $\rightarrow_{\text{Beall}}$ '에 의해 동치관계, ' $P \equiv_{\text{Beall}} Q$ '는 ' $(uP \vee Q) \wedge (uQ \vee P)$ '로 정의된다.

경계사례와 동치관계를 위와 같이 규정할 경우 비추이적 동치관계가 성립한다. 이 점은 2장에서 제시한 모형 M을 통해 확인할 수 있다. 위에서 제시한 경계사례에 대한 정의에 따라, M에서 경계사례인 a_k 는 ' $uP \wedge P$ '를 만족한다. 즉 ' $uPa_k \wedge Pa_k$ '가 성립한다. 그리고 이 경우, ' $BPa_k \equiv_{\text{Beall}} Pa_{k-1}$ ' 및 ' $BPa_k \equiv_{\text{Beall}} \sim Pa_{k+1}$ '은 성립한다. ' $uPa_k \wedge Pa_k$ '로부터 uPa_k 와 Pa_k 가 추론되며, 그래서 $(uPa_k \vee Pa_{k-1}) \wedge (uPa_{k-1} \vee Pa_k)$ 는 성립하기 때문이다.²⁵ 이 점은 Pa_{k+1} 의 경우에도 그대로 성립한다. 그러나 이 경우에도, ' $Pa_{k-1} \equiv_{\text{Beall}} Pa_{k+1}$ '은 성립하지 않는다. Pa_{k-1} 은 참이고 Pa_{k+1} 은 거짓일 뿐 아니라, M에서 경계사례는 a_k 뿐이고 그래서 Pa_{k-1} 과 $\sim Pa_{k+1}$ 은 모두 주장가능하기 때문이다.

그런데 이러한 주장이 성립하는 이유는, 양진주의에서의 참인 모

24) 위와 같은 표기방법은 웨버(Weber et al, 2014)에 따른 것이다. 벨(Beall, 2014b)은 이러한 표기법 자체가 부당하다고 주장 한다. 양진주의의 경우에도 고전적 연결사의 의미를 모두 포함할 수는 없기 때문이다. 필자가 위와 같은 표기법을 사용하는 이유는 오해를 피하기 위해서일 뿐이다.

25) 벨은 '연언지 제거'와 '선언지 제거'를 수용하고 그래서 위의 추론은 성립한다.

순과 같이, ‘ $uP \wedge P$ ’가 모든 식과 동치(\equiv_{Beall})이기 때문이다. 즉 임의의 식 R 과 ‘ $uP \wedge P$ ’는 동치(\equiv_{Beall})라는 것이다. ‘ $uP \wedge P$ ’로부터 rP 와 P 가 추론되고, 그래서 ‘ $(uP \vee R) \wedge (uR \vee P)$ ’가 성립하기 때문이다. 따라서 벨이 제시한 대안은, 참인 모순이 수행하는 역할을 ‘ $uP \wedge P$ ’ 및 ‘ $\rightarrow_{\text{Beall}}$ ’로 대체한 것이라고 할 수 있다.

이러한 벨의 주장에 대해 양진주의자들(Weber et al, 2014)은 다양한 비판을 제시한다. 비판의 핵심은, 서론에서 언급했던 것처럼, 그가 논점을 전환했다는 것이다. 간단히 말해, 2장에서 제시된 더미 역설은 고전적 혹은 직관적 의미의 동치인데 반해서, 벨이 제시한 ‘관용’은 ‘주장가능하지 않음’이라는 ‘ u ’에 의해 정의되는 새로운 조건문에 기초한다는 것이다. 따라서 이 경우, 2장에서 제시된 더미 역설과 관련된 문제는 해결되지 않은 채 남는다는 것이 양진주의자들의 주장이다.

이러한 양진주의자들의 비판에 대해 벨(Beall, 2014b) 역시 다양한 반박을 제시한다. 예를 들어, 자신이 새로운 연결사를 제시했다는 것과 관련해서, 양진주의자들 역시 고전적, 직관적 동치관계에 의존할 수 없다고 주장한다. 이 점은 양진주의자들의 동치관계 역시 비추이적이라는 것을 통해 이해할 수 있다. 물론, 양진주의자들은 이에 동의하지 않는다. 그들은 자신들의 주장은 ‘관용’의 직관적 의미에 기초한 것이며, 비추이적 동치관계는 참인 모순의 논리적 귀결일 뿐이라고 주장한다.

그러나 이러한 양진주의자들과 벨의 논쟁이 이 글의 주제는 아니다. 더해서, 위에서 제시한 양진주의자들의 주장을 수용한다고 해도, 벨과 유사한 다른 대안의 존재를 봉쇄하기도 어렵다. 이 점은 2장에서 논의한 약한전력¹⁾의 경우에도 성립할 수 있다. 따라서 필자는 다음 장에서 더미 역설이 울타리 도식을 만족할 뿐 아니라, 이로부터 참인 모순의 존재가 정당화됨을 보일 것이다. 그리고 이

에 기초해서 벨의 대안을 포함한 약한전략2)뿐 아니라 약한전략1) 역시 성립하지 않음을 5장에서 보일 것이다.

4. 울타리 도식과 참인 모순

3장에서 제시했듯이, 울타리 도식의 역할에 대한 양진주의자들의 주장은 제한적이다. 그러나 필자는 이 도식의 역할을 보다 확대할 수 있다고 생각한다. 간단히 말해, 울타리 도식에 기초해서 ‘참인 모순’의 존재를 입증할 수 있을 뿐 아니라, 약한전략1)과 벨의 대안을 포함하는 약한전략2)가 모두 성립하지 않음을 보일 수 있다는 것이다. 이를 위해 필자는, 2장에서 제시한 더미 역설이 울타리 도식을 만족함 4장에서 보인 후, 이에 기초해서 5장에서 약한전략1)뿐 아니라 벨의 대안을 포함한 약한전략2) 역시 모순을 함축함을 보일 것이다.²⁶⁾

울타리 도식이 더미 역설을 만족한다는 것은 아래와 같은 울타리 도식의 세 조건이 만족된다는 것을 의미한다.

존재: P를 만족하는 모든 대상들의 집합 S가 있다.

초월: S의 모든 진부분집합 X에 대해서, $f(X) \notin X$

닫힘: S의 모든 진부분집합 X에 대해서, $f(X) \in S$

3장에서 언급했듯이, 위의 세 조건이 모두 성립하고 ‘ $X=S$ ’인 경우, $f(S) \notin S$ 이면서 $f(S) \in S$ 라는 모순이 발생한다. 즉 S에 속하지 않는 첫 번째 원소가 S에 속한다는 것이다. ‘ $f(X)$ ’는 X에 속하지 않는 A의 첫 번째 원소이기 때문이다. 그런데 더미 역설의 전제들

26) 초고에서는 4장과 5장의 역할에 대해 분명하게 제시하지 않았다. 이 점을 지적해 주신 심사위원 선생님께 감사드린다.

이 이 조건들을 만족하는지 확인하기 위해서는, 아래 조건들을 먼저 확인해야 한다.

나열: P-더미를 구성하는 대상들을 P의 특성을 기준으로 나열할 수 있다.

극점: 나열을 구성하는 대상들 ' a_1, a_2, \dots, a_n ' 중 적어도 a_1 과 a_n 은 P를 분명하게 만족하거나 만족하지 않는다. 2장에서 논의한 더미 역설과 관련해서는 Pa_1 과 $\sim Pa_n$ 이 성립한다.

‘나열’은 2장에서 제시한 더미 역설의 예비전제이며, ‘극점’은 ‘관용’과 함께 더미 역설을 구성하는 전제이다. 2장에서 제시했듯이, 이 조건들이 성립하는 이유는 쉽게 이해할 수 있다. 우선, ‘나열’은 더미 역설이 성립하기 위한 조건이다. P-더미는 P와 관련된 아주 작은 차이를 갖는 대상들에 대한 연쇄적 주장 ' $Pa_1 \equiv Pa_2$ ', ' $Pa_2 \equiv Pa_3$ ', \dots ' $Pa_{n-1} \equiv Pa_n$ '으로 구성된다. 따라서 이러한 연쇄적 주장들이 적용되는 대상들을 P-관련성에 기초해서 나열할 수 있어야, P-더미는 성립할 수 있다. 예를 들어, ‘키름-더미’는 키의 차이가 아주 작은 대상들에 대한 연쇄적 주장, 즉 Ta_i 와 Ta_{i+1} 이 동치라는 것으로 구성된다. 따라서 ‘키름-더미’가 성립하기 위해서는 키의 차이로 나열된 대상들이 전제되어야 한다. 결국, 더미 역설 자체가 ‘나열’을 전제한다는 것이다. ‘극점’ 역시 더미 역설이 성립하기 위한 전제일 뿐 아니라 모호성의 특징이기도 하다. 간단히 말해, 모호한 용어 역시 그것이 적용 여부가 분명한 사례를 갖는다는 것이다.

위의 두 조건에 의해 ‘존재’가 정당화된다. S는 ‘나열’을 만족하는 A의 공집합이 아닌 진부분 집합이기 때문이다. ‘나열’에 의해 더미 열을 구성하는 대상들의 집합 A가 존재한다는 것이 추론되며,

‘극점’에 의해 S 가 A 의 공집합이 아닌 진부분 집합이라는 것이 추론된다는 것이다.²⁷⁾ 물론, 모호한 용어 P 를 만족하는 특정한 집합이 있다는 주장 자체가 논점을 선취한다고 주장할 수 있다. 집합 S 가 있다는 것이 P 의 외연이 확정되었음을 의미한다고 이해 할 수 있기 때문이다.

그러나 이러한 주장을 수용하기 어렵다. 우선, ‘존재’를 만족하기 위해서 S 가 특정한 집합일 필요는 없다. 단지 P 를 만족하는 어떤 집합이 있다는 것만으로도 충분하다. 더해서, ‘존재’를 수용하는 것이 S 가 외연이 확정된 일반적 집합이라는 것을 바로 함축하지도 않는다. S 의 특징을 규정하는 것은 ‘초월’과 ‘단합’이기 때문이다. 간단히 말해, 이 두 조건에 의해 S 는 원소가 과결정된 비일관적 집합일 수도 있고, 원소가 과소결정된 집합일 수도 있다.

‘초월’과 ‘단합’은 더미 역설의 특징을 나타내는 것이다. ‘ $f(S) \notin S$ ’는 $f(S)$ 가 지시하는 a_k 가 P 가 아닌 A 의 첫 번째 원소라는 것인 반면, ‘ $f(S) \in S$ ’는 a_k 가 S 에 속하고 그래서 P 라는 것을 주장한다. 그래서 ‘초월’은 절단점의 존재를 인정하는 것이고, ‘단합’은 절단점의 존재를 거부하는 것이다. ‘단합’을 수용할 경우, S 에 속하지 않는 첫 번째 원소는 없기 때문이다. 따라서 더미 역설이 양립불가능한 이 두 조건을 만족한다는 것은 S 가 비일관적 집합이라는 것을 의미한다.

이 조건들 중 ‘초월’, 즉 ‘ $f(S) \notin S$ ’는 ‘존재’와 유사한 방식으로 입증된다. 즉, S 가 A 의 공집합이 아닌 진부분 집합이라는 것에 의해 입증된다. S 가 A 의 공집합이 아닌 진부분 집합이라는 것은 A 와 같은 방식으로 S 의 원소들 역시 나열할 수 있다는 것을 함축하고, 이것은 곧 S 에 속하는 마지막 원소가 있다는 것을 의미하기 때문

27) ‘극점’에 의해 적어도 a_1 은 S 의 원소이며, a_n 은 S 의 원소가 아니기 때문에, S 는 A 의 공집합이 아닌 진부분 집합이라는 것이다.

이다.²⁸⁾ 다시 말해, S 는 $S_1=\{a_1\}$, $S_2=\{a_1, a_2\}$, $S_3=\{a_1, a_2, a_3\}$, ..., $S_{n-1}=\{a_1, a_2, \dots, a_{n-1}\}$ 중 하나일 수밖에 없고, 그래서 S 에 속하지 않는 첫 번째 원소가 있다는 것이 추론된다.²⁹⁾ 그리고 이것이, ‘존재’와 같이, S 를 특정하지 않아도 ‘초월’이 성립하는 이유이기도 하다. 사실, ‘초월’은 별도의 증명 없이 간단히 입증되는 것이다. A 가 P 와 관련 순서로 나열된 유한집합이라는 것으로부터 그것이 정렬집합이라는 것이 도출되고, 그래서 A 의 진부분 집합인 S 역시 정렬집합이라는 것이 도출되기 때문이다.³⁰⁾

S 가 ‘단함’을 만족한다는 것은 ‘관용’을 통해 정당화된다. ‘관용’은 인접한 대상들의 값이 같다는 것이므로, 더미 열의 인접한 대상들과 P 관련 값이 다른 a_i 는 없다는 것을 함의한다. Pa_i 와 Pa_{i+1} 의 값이 다른 a_i 는 없다는 것을 함축한다. 그리고 이것은 P 를 만족하는 마지막 대상이 존재하지 않는다는 것을 의미한다. 이러한 ‘관용’에 의해 ‘ $f(S) \in S$ ’가 성립한다는 것은 쉽게 입증된다. $f(S)$ 는 S 에 속하지 않는 첫 번째 a_k 를 지시하는데, ‘ $f(S) \in S$ ’가 성립하지 않는다면, a_{k-1} 이 S 의 마지막 원소이기 때문이다.

물론, 이러한 주장 자체가 역설적이라고 할 수 있다. $f(X)$ 에 대한

28) ‘ S 에 속하는 마지막 원소가 있다’는 것은 곧 ‘ S 에 속하지 않는 A 의 첫 번째 원소가 있다’는 주장을 함축하고 그래서 ‘ $f(S) \notin S$ ’가 정당화된다.

29) 이러한 주장이 가능한 이유는 S 의 원소들이 선형적으로 나열될 수 있기 때문이다. 즉 S 를 구성하는 원소들은 P 관련성에 기초해서 나열되었기 때문에, S 의 모든 원소 x 과 y 에 대해서, $x < y$, $x > y$, $x = y$ 중 하나는 반드시 성립한다는 것이다.

30) 모든 더미 역설이 ‘나열’을 충족하지는 않는다는 주장이 제시될 수 있다. 비선형적 대상과 관련된 더미 역설이 가능성과 관련된 논란은 충분히 가능하다. 그러나 이러한 주장은 이 글의 내용과 직접 관련되지 않는다. 2장에서 제시했듯이, 이 글은 가장 단순하고 직관적 더미 역설에 대한 것이며, 양진주의자들 뿐 아니라 벨의 대안 그리고 간극이론에서 논의하는 것 역시 기본적으로 ‘나열’, 특히 ‘선형적 나열’을 전제하는 더미 역설이기 때문이다. 더미 역설, 특히 ‘관용’의 다양성과 관련해서는 Bueno and Colyvan(2012) 참조.

정의에 의해, $f(S)$ 는 S 의 원소가 아니기 때문이다. 앞에서 언급했듯이, $f(X)$ 는 X 에 속하지 않은 첫 번째 원소를 지시하는 것이고, 그래서 $f(S)$ 가 S 의 원소라는 것은 $f(X)$ 의 정의적 특징을 거부하는 주장이라고 할 수 있다. 그러나 이것은 부랄리-포르티 역설, 의미론적 역설 등 다양한 역설에서 나타나는 현상일 뿐 아니라, 더미 역설이 발생하는 이유이기도 하다. 간단히 말해, ' $f(S) \notin S$ '는 '초월'에 의해 입증되지만, '관용'에 의해 '단힘'은 성립하고 그래서 ' $f(S) \in S$ ' 역시 성립한다는 것이다.

지금까지의 논의에 의해, '초월'과 '단힘', 특히 ' $f(S) \in S$ '와 ' $f(S) \notin S$ '가 모두 성립한다는 것을 확인할 수 있다. 그리고 이것은 곧 P_{a_k} 와 $\sim P_{a_k}$ 가 모두 성립함을 의미한다. P_{a_k} 가 참인 모순이라는 것이다. 물론, 이러한 P_{a_k} 가 명백하게 참인 $P_{a_{k-1}}$ 과 다른 값을 갖는다는 주장을 제시할 수 있다. 예를 들어, P_{a_k} 가 참이기는 하지만, 분명한 참은 아니라고 주장할 수 있다. 그러나 이러한 주장은 앞에서 살펴본 고차모호성의 문제를 야기할 뿐 아니라, '관용' 및 그것을 만족하는 '단힘'을 거부하는 것이다. 위의 주장은 P_{a_k} 가 $P_{a_{k-1}}$ 과 다른 값을 갖는다는 것을 의미하기 때문이다. 따라서 '관용'을 유지하기 위해서는 P_{a_k} 가 참인 모순이라는 것을 받아들여야 한다.³¹⁾

이상의 논의를 통해, 우리는 울타리 도식의 조건들이 더미 역설의 전제인 '나열'과 '극점' 및 '관용'에 의해 정당화된다는 것 뿐 아니라, 이 조건들을 만족하기 위해서는 참인 모순을 인정해야 한다는 것 역시 확인하였다. 더해서, 절단점의 존재 자체가 양진적이

31) 흥미로운 것은, 과결정론 중 하나인 하평가주의의(subvaluationism) 역시 위에서 제시한 문제로부터 자유롭지 않다는 것이다. 하평가주의자들은 초평가주의자와 유사한 의미론에 기초하며, 그래서 P 와 $\sim P$ 를 동시에 수용하면서도 ' $P \wedge \sim P$ '는 거부한다. 그리고 이 경우, 분명하게 참인 것과 그렇지 않은 것의 구분이 발생할 수 있다. 그러나 이 문제는 본 논문의 주제라고 보다는 별도로 다루어야 하는 것이므로, 이 글에서는 더 이상 논의하지 않을 것이다. 하평가주의의 특징과 관련해서는, Hyde(1997), Ripley(2013), 참조.

라는 주장 역시 울타리 도식을 통해 확인할 수 있다. ‘초월’을 만족한다는 측면에서 $f(S)$, 즉 a_k 는 절단점이지만 ‘단합’을 만족한다는 측면에서 a_k 는 절단점이 아니기 때문이다.

물론, 위의 주장이 논점을 선취한다는 비판이 제시될 수 있다. 다시 말해, 모호한 용어 P 를 만족하는 대상들의 집합 S 가 있다는 것 뿐 아니라 S 가 ‘초월’을 만족한다는 것은 P 가 모호하지 않은 용어라는 것을 이미 전제하는 것이라는 비판이 제시될 수 있다. 더해서 위에서 제시한 필자의 주장은 미결정 진술의 가능성을 고려하지 않은 주장이라는 비판이 제시될 수 있다. 그러나 이러한 비판은 성립하지 않는다.³²⁾

우선, 위에서 제시한 필자의 논의는 2장에서 제시한 더미 역설을 울타리 도식이 만족한다는 것이다. 간단히 말해, 2장에서 제시한 더미 역설의 전제를 수용하면, ‘초월’과 ‘단합’이 모두 성립하고 그래서 S 와 관련된 비일관성이 발생한다는 것이다. 그런데 더미 역설이 발생하는 이유는, 2장에서 제시했듯이, ‘절단점 있음’과 ‘절단점 없음’이 모두 성립하기 때문이다. 울타리 도식을 통해 우리가 확인한 것 역시 이에 기초한다. ‘초월’을 만족한다는 것은 S 가 그것의 영역이 제한된 ‘절단점 있음’을 만족하는 집합이라는 것을 의미하며, ‘단합’을 만족한다는 것은 그것의 영역을 제한 할 수 없는 그래서 ‘절단점 없음’을 만족하는 집합이라는 것이다. 더해서, ‘초월’은 더미 역설이 성립하기 위한 조건인 ‘나열’과 더미 역설의 전제인 ‘극점’에 의해 직접 추론되는 것이다. 따라서 ‘초월’이 논점을 선취한다는 주장은 더미 역설이 처음부터 성립하지 않음을 주장하는 것이라고 할 수 있다.

더구나, ‘초월’은 정렬 집합의 진부분집합은 마지막 원소를 갖는

32) 초고에서는 이러한 반박에 대한 고려를 구체적으로 제시하지 않았다. 반박의 가능성 및 관련된 논의의 필요성을 제시해 주신 심사위원 선생님께 감사 드린다.

다는 것에 기초하는 것일 뿐 아니라, 그것이 성립하기 위해 특정한 S를 규정할 필요도 없다. 따라서 ‘초월’을 거부하기 위해서는 별도의 가정이 필요하다. 그런데 이러한 가정으로 제시될 수 있는 것은 모호성과 관련된 것이다. 모호성과 관련된 가정 없이, P가 절단점을 갖는다는 것을 거부할 수 없기 때문이다. 그런데 이러한 ‘모호성’의 특징을 나타내는 것은 ‘관용’이다. 따라서 모호성의 특징에 기초해서 ‘초월’을 거부하는 것은 문제의 원인을 잘못 진단한 것이다. 모호성과 관련된 논의는 ‘초월’이 아니라 ‘관용’과 관련되어 논의되어야 한다.

그런데, 앞에서 언급했듯이, 위의 논의는 2장에서 제시한 더미 역설과 관련된 것으로 ‘관용’을 전제한다. 그리고 이 경우 ‘초월’ 역시 수용해야 한다는 것은 쉽게 입증된다. ‘관용’을 수용한다는 것은 ‘인접한 대상의 값이 같다’는 것을 수용하는 것인데, ‘초월’ 없이 ‘관용’만 수용할 경우 ‘극점’이 성립하지 않기 때문이다. 간단히 말해, Pa_1 과 ‘관용’으로부터 Pa_n 이 도출되는데, 이것은 ‘극점’ 자체를 거부하는 결과를 초래한다는 것이다. 따라서 적어도 2장에서 제시한 더미 역설의 전제를 수용하기 위해서는 ‘초월’이 성립한다는 것을 받아들여야 한다.³³⁾

마지막으로, 앞에서 제시한 미결정성과 관련된 비판 역시 성립하지 않는다. 미결정성을 통해 ‘초월’을 이해하는 것은 ‘관용’을 거부하는 것이기 때문이다. ‘초월’을 미결정성을 통해 이해한다는 것은 $f(S)$ 가 S에 속하지 않는지가 미결정이라는 것, 즉 ‘ $\nabla f(S) \not\subseteq S$ ’가 성

33) 물론, 더미 역설을 받아들인 경우에도 유사한 문제, 즉 더미 열의 모든 대상이 P라는 문제가 발생한다. 그러나 위의 주장이 제시하는 것은 ‘초월’을 받아들이지 않으면서 ‘단함’, 즉 ‘관용’만을 수용할 경우, 2장에서 제시한 ‘극점’이 처음부터 성립하지 않는다는 것이다. 그리고 이것이 ‘초월’을 받아들이는 것이 고전논리 혹은 의미론을 전제한다는 비판이 성립하지 않는 이유이기도 하다. 고전논리학과 관련된 논의와는 독립적으로 ‘관용’을 받아들이는 한, ‘초월’ 역시 받아들여야 하기 때문이다.

립함을 의미한다. 그런데 미결정 진술의 특징에 의해 ‘ $\nabla f(S) \notin S$ ’는 ‘ $\nabla f(S) \in S$ ’와 동치이다.³⁴⁾ 그리고 ‘ $\nabla f(S) \in S$ ’가 성립한다는 것은 곧, 5장에서 언급할 것이지만, ‘관용’ 혹은 그것에 의해 정당화되는 ‘닫힘’, 즉 ‘ $f(S) \in S$ ’을 거부하는 것이다.

물론, 위의 논의에 의해 참인 모순의 존재가 바로 정당화되지 않는다. ‘관용’을 수정하거나 약화하는 전략의 가능성은 여전히 남아있기 때문이다. 그리고 이것이 앞에서 언급한 약한전략1)과 약한전략2)이다. 흥미로운 것은 이러한 대안적 전략들과 관련해서도 ‘초월’이 중요한 역할을 수행한다는 것이다. ‘관용’을 인정하는 약한전략2)는 ‘초월’을 수용하는 것일 뿐 아니라, 미결정성을 도입하는 약한전략1)의 경우에도 ‘초월’과 관련된 비일관성이 다시 발생하기 때문이다. 그리고 이것이 필자가 5장에서 보이고자 하는 것이다.

5. 울타리 도식과 가능한 대안

앞에서 우리는 더미 역설이 울타리 도식을 만족하며, 그래서 ‘ $f(S) \in S \wedge f(S) \notin S$ ’가 성립한다는 것을 확인하였다. 또한 이러한 모순이 발생한 본질적 이유가 ‘초월’과 ‘닫힘’의 양립불가능성에 있을 뿐 아니라 ‘초월’을 거부하기 어렵다는 것 역시 확인하였다. 이에 반해, ‘닫힘’과 관련된 대안의 가능성은 여전히 남아 있다. 그리고 이것이 약한전략1)과 약한전략2)이다.

2장에서 언급했듯이, 약한전략1)은 ‘관용’ 자체는 거부하지만 ‘모호성’에 대한 직관을 유지하기 위해 이 규칙을 약화하는 것이다. 즉 ‘관용’을 거부하면서도 ‘분명한 절단점’은 인정하지 않기 위해

34) 간단히 말해, ∇Pa 란 a 가 P 인지 아닌지가 미결정이라는 것을 의미하기 때문에, ∇Pa 와 $\nabla \sim Pa$ 가 동치라는 것이 성립한다.

이 규칙을 약화하는 전략이다. 그리고 이러한 약화는 P인지 결정할 수 없는 대상을 도입하는 것으로 모아진다. ‘관용’을 거부한다는 것은 P와 $\sim P$ 사이의 절단점을 인정하는 것인데, 이 경우에도 분명한 절단점을 인정하지 않기 위해서는, 절단점을 흐릿하게 만들어야 하기 때문이다. 그리고 이것은 경계사례를 ‘명백하게 P인 것도 아니고 명백하게 P가 아닌 것도 아님’으로 규정하는 것으로 구체화된다.³⁵⁾ 즉 a_k 가 P의 경계사례일 경우, ‘ $\sim DP_{a_k} \wedge \sim D\sim P_{a_k}$ ’가 성립하고 그래서 P_{a_k} 는 참도 아니고 거짓도 아니라는 것이다. 그래서 약한전략1)은 과소결정, 즉 미결정의 사례를 인정하는 간극이론의 형태를 갖는다. 그리고 이 경우, 더미 열의 모든 대상에 대해서, ‘ P_{a_i} 와 $P_{a_{i+1}}$ 의 진리값이 같다’는 ‘관용’은 거부되지만 ‘ P_{a_i} 는 참이면서 $P_{a_{i+1}}$ 은 거짓인 a_i 는 존재하지 않는다’는 ‘약화된 관용’은 성립한다.

이러한 주장을 ‘단합’에 적용하면, S에 속하는지 그렇지 않은지를 결정할 수 없는 원소가 있다는 것으로 나타난다. 그리고 이것은 $f(S)$ 가 S에 속하는 것이 미결정임을 의미한다. 즉, $\nabla(f(S) \in S)$ 가 성립한다는 것이다.³⁶⁾ 그러나 이러한 수정을 통해 더미 역설과 관련된 절단점의 문제는 해소되지 않는다. 우선, 고차모호성의 문제가 발생한다. S를 위와 같이 규정할 경우, 분명하게 S에 속하는 대상으로 구성된 집합 DS를 구성할 수 있는데, 그 경우 DS와 $\sim DS$ 사이의 절단점의 문제가 발생하기 때문이다. 물론, 우리는 다시 $\nabla(f(DS) \in DS)$ 를 도입할 수 있지만, 이 경우에도 DDS를 구성할 수 있고 그래서 위의 문제가 반복된다. 즉, $\nabla(f(D^n S) \in D^n S)$ 를 도입한다고 하더라도, $D^{n+1}S$ 와 $\sim D^{n+1}S$ 사이의 절단점의 문제를 피할 수

35) 물론, 위에서 제시한 ‘분명함’이나 ‘미결정성’은 의미론적으로 이해해야 한다. 이 개념들을 의미론적이 아닌 다른 방식, 예를 들어 인식적 미결정성으로 이해할 경우, 약한전략1)은 분명한 절단점의 존재를 인정하는 강한전략1)이 된다.

36) 물론, 앞에서 언급한 것처럼 이 경우 $\nabla(f(S) \notin S)$ 역시 성립한다.

없다는 것이다. 더욱이 이러한 반복이 무한히 계속될 수도 없다. $D^n S$ 가 $D^{n-1} S$ 보다 외연이 작을 뿐 아니라 ‘극점’에 의해 a_1 이 S 에 속하는 것은 분명하며, 그래서 D 가 반복적으로 도입된다고 하더라도 그 집합에 a_1 은 속하기 때문이다.

더해서, 이러한 ‘미결정성’의 도입을 통해 비일관성이 제거되지도 않는다. 4장에서 확인했듯이, ‘초월’과 ‘닫힘’에 의해 ‘ $f(S) \in S \wedge f(S) \notin S$ ’라는 모순이 발생한다. 물론, 이러한 모순은 ‘닫힘’에 대한 수정, 즉 $\nabla(f(S) \in S)$ 을 통해 해결할 수 있다. 그러나 이 경우, 앞에서와 같이 DS 를 구성할 수 있을 뿐 아니라 DS 역시 A 의 진부분집합이고 그래서 ‘초월’이 성립할 뿐 아니라 ‘닫힘’ 역시 성립한다. DS 에 대한 ‘닫힘’이 성립하지 않는다면, 앞에서 언급했듯이, DS 와 $\sim DS$ 사이의 절단점의 문제가 발생하기 때문이다. 따라서 DS 를 도입해도, ‘ $f(DS) \in DS \wedge f(DS) \notin DS$ ’라는 새로운 모순이 발생한다.

물론, 이 경우에도 $\nabla(f(DS) \in DS)$ 가 성립한다고 주장할 수 있다. 그러나 앞에서와 같은 이유로 DDS 를 구성할 수 있고 그래서 ‘ $f(DDS) \in DDS \wedge f(DDS) \notin DDS$ ’라는 모순이 다시 발생한다. 결국 D 를 반복적으로 도입하더라도, ‘ $f(D^n S) \in D^n S \wedge f(D^n S) \notin D^n S$ ’가 발생한다는 것이다.³⁷⁾ 더구나, 앞에서 언급했듯이, D 를 무한히 도입할 수 없다. a_1 만을 원소로 갖는 S_1 에 대해서 $f(S_1) \notin S_1$ 이 성립하는 것은 분명하기 때문에, $\nabla(f(D^n S) \in D^n S)$ 를 무한히 도입할 수 없다는 것이다. 그리고 이것은 곧 ‘ $f(D^i S) \in D^i S \wedge f(D^i S) \notin D^i S$ ’가 성립하는 $D^i S$ 가 있다는 것을 의미한다. 결국 S 가 비일관적 집합이라는 것을 ‘닫힘’의 수정을 통해 거부하더라도, S 와 같은 A 의 공집합이 아닌 진부분 집합들 중 하나, 즉 $D^i S$ 는 비일관적 집합이라는 것

37) 프리스트는 이러한 고차모호성을 ‘더미적으로 닫힘’(soritically closed)이라는 용어로 표현하기도 한다. Prest(2010) p.78.

이 추론된다.³⁸⁾

이러한 문제가 발생한 이유는, D^*S 를 도입한다고 하더라도 그것은 A 의 진부분 집합인들 중 하나이며 그래서 이 집합에 대해서 ‘초월’이 성립한다는 것에 있다. ‘단힘’을 수정하더라도, ‘초월’이 성립하기 위한 조건인 ‘나열’과 ‘극점’은 변하지 않고 그래서 적어도 ‘정렬집합 A 의 모든 진부분 집합은 마지막 원소를 갖는다’는 주장은 성립하기 때문이다. 그러나 앞에서 언급한 것처럼, 이 경우 DS 와 $\sim DS$ 사이의 절단점의 문제가 발생하고, 이 문제를 벗어나기 위해서는 DS 역시 미결정성을 통해 이해해야 한다. 그런데 위에서 확인했듯이, 이러한 과정을 무한히 반복할 수 없을 뿐 아니라 그 과정을 통해 도입되는 모든 D^*S 역시 A 의 진부분 집합이다. 따라서 ‘관용’ 혹은 ‘단힘’을 수정하더라도, 위에서 제시한 모순, 즉 ‘ $f(D^*S) \in D^*S \wedge f(D^*S) \notin D^*S$ ’이 발생한다. 결국 ‘초월’과 관련된 모순이 다시 발생한다는 것이다.³⁹⁾

이러한 비밀관성의 문제는 초평가주의와 같이 약한전략1)에 속하는 모든 이론에 적용된다. 위의 논의는 $\nabla(f(S) \in S)$ 과 ‘초월’의 특성에 기초하는데, 약한전략1)에 속하는 모든 이론은 최소한 경계사례가 미결정이라는 것은 수용하기 때문이다.

위에서 우리는 약한전략1)의 문제점을 확인하였다. 약한전략2) 역시 유사한 문제를 갖는다. 약한전략2)는 ‘관용’을 수용하면서 모순을 인정하지 않는 전략이므로, 앞에서 언급했듯이, 이 전략이 성립하기 위해서는 적어도 비추이적 동치관계, 특히 모순을 인정하지

38) 4장에서 언급했듯이, A 는 더미 열을 구성하는 대상들(a_1, a_2, \dots, a_n)로 구성된 집합이다.

39) 위의 논의는 ‘초월’은 ‘관용’에 대한 수정과는 독립적으로 성립한다는 것에 기초한다. 그리고 이것이 울타리 도식이 갖는 중요한 역할이라고 할 수 있다. 울타리 도식을 통해 더미 역설과 관련된 논의에서 ‘나열’의 역할을 확인할 수 있을 뿐 아니라 이에 기초해서 ‘초월’이 성립하기 위한 조건의 독립성 역시 확인할 수 있기 때문이다.

않는 ‘비추이적 동치관계’가 성립해야 한다. 그리고 이러한 동치관계를 구체적으로 보여준 것이 3장에서 제시한 벨의 대안이다. 3장에서 언급했듯이, 벨은 ‘u’를 도입하여 경계사례를 ‘참이지만 주장할 수 없는 것’, 즉 ‘ $uP \wedge P$ ’를 만족하는 것으로 정의한다. 그리고 이 경우, 그가 제시한 ‘조건문’($\rightarrow_{\text{Beall}}$)에 의해 비추이적 동치관계(\equiv_{Beall})가 성립한다. 그리고 이것은 곧 모순을 인정하지 않은 ‘참인 관용의 규칙’이 성립한다는 것을 의미한다. 그런데 이러한 벨의 주장을 울타리 도식에 적용하면 흥미로운 결과가 나타난다.

‘초월’, 즉 ‘ $f(S) \notin S$ ’는 벨의 대안, 특히 그가 도입한 연결사 및 그에 기초한 ‘조건문’($\rightarrow_{\text{Beall}}$) 및 ‘동치관계’(\equiv_{Beall})와 무관하게 성립한다. 앞에서 확인했듯이, ‘초월’은 이러한 연결사의 도입과 무관한 ‘나열’과 ‘극점’에 의해 정당화되기 때문이다. 더구나 벨의 전략은 ‘관용’을 수용하는 것이다. 따라서 벨 역시 ‘ $f(S) \in S$ ’를 수용해야 한다. 그리고 이것은 곧 ‘ $f(S) \in S \wedge f(S) \notin S$ ’가 성립한다는 것을 의미한다. 결국 그 역시 ‘ $Pa_k \wedge \sim Pa_k$ ’를 수용해야 한다는 것이다.

물론, 이러한 주장에 대한 벨의 답을 예상할 수 있다. 그가 제시한 ‘경계사례’ 및 ‘조건문’에 의해, 모순을 인정하지 않고도 ‘초월’과 ‘단힘’이 모두 성립함을 보여줄 수 있다는 것이다. 3장에서 확인했듯이, ‘ $uP \wedge P$ ’는 모든 식과 동치(\equiv_{Beall})이다. 따라서 ‘ $(uP \wedge P) \equiv_{\text{Beall}} P$ ’ 뿐 아니라 ‘ $(uP \wedge P) \equiv_{\text{Beall}} \sim P$ ’ 역시 성립한다. 그리고 이 경우, ‘초월’을 만족하는 a_k 가 $\sim P$ 를 만족하고 ‘단힘’을 만족하는 a_k 가 P 를 만족한다고 하더라도, 벨은 모순을 인정하지 않고도 a_k 가 ‘단힘’과 ‘초월’을 모두 만족한다는 것을 설명할 수 있다. a_k 가 ‘ $uP \wedge P$ ’를 만족한다고 할 경우, 그가 제시한 동치관계(\equiv_{Beall})에 의해 ‘초월’과 ‘단힘’ 역시 만족되기 때문이다. 즉, ‘초월($f(S) \notin S$)’과 ‘단힘($f(S) \in S$)’을 모두 ‘ $uPa_k \wedge Pa_k$ ’를 통해 이해할 수 있다는 것이다.

이 점은 ‘초월’을 만족하는 a_k 는 $\sim P$ 를 만족하고, ‘단핍’을 만족하는 a_k 는 ‘ $uP \wedge P$ ’를 만족하는 방식으로 ‘단핍’을 수정해도 성립한다. ‘ $uPa_k \wedge Pa_k$ ’와 $\sim Pa_k$ 가 동치(\equiv_{Beall})이므로, 이 경우에도 모순 없이 ‘초월’과 ‘단핍’의 양립가능성이 설명될 수 있기 때문이다. 그리고 이것이 그가 제시한 ‘참인 관용의 규칙’이 갖는 특징이라고 할 수 있다. 간단히 말해, 모순을 수용하지 않고도 양립 불가능한 ‘단핍’과 ‘초월’을 모두 수용할 수 있다는 것이다.

그러나 펠자는 이러한 주장에 동의하지 않는다. 위에서 제시한 벨의 주장을 받아들인다고 하더라도 모순은 발생하기 때문이다. 양진주의와 같이 ‘ a_k 는 절단점이다’는 주장뿐 아니라 ‘절단점이 존재한다’는 주장 역시 참이면서 거짓이라는 것이 도출되기 때문이다. 물론, 앞에서 언급했듯이, 벨의 대안을 받아들일 경우 절단점이 없는 비추이적 동치관계는 성립한다. 그러나 절단점 자체에 대한 정의를 생각해보면 문제는 달라진다. 3장에서 제시했듯이, 더미 열에서 ‘ a_i 는 P의 절단점이다’는 ‘ a_i 는 P가 아니며 a_i 보다 작은 모든 것은 P이다’를 의미한다. 즉 다음 식이 성립한다는 것이다.

$$a_i \text{는 P의 절단점이다. } \sim Pa_i \wedge \forall x(x < a_i \rightarrow Px)$$

위의 식을 통해, 우리는 $f(S)$ 가 지시하는 a_k 가 절단점이라는 주장이 참이면서 거짓이라는 것을 확인할 수 있다. ‘초월’을 만족한다는 의미에서 $\sim Pa_k$ 가 성립하고, ‘단핍’을 만족한다는 의미에서 Pa_k 가 성립하기 때문이다. 다시 말해, 앞에서 확인했듯이, 벨이 제시한 ‘조건문’과 ‘경계사례’에 대한 이해와 무관하게 ‘초월’과 ‘단핍’은 성립하고, 그래서 ‘ a_k 는 절단점이다’는 주장이 참이면서 거짓이라는 것이 도출된다는 것이다.

이 점은, 벨이 제시한 경계사례에 대한 정의를 받아들여, ‘ $uP \wedge$

P'를 만족하는 a_k 가 S에 포함되도록 '단핍'을 수정한 경우에도 성립한다. '초월'은 이러한 수정과 독립적으로 성립할 뿐 아니라 벨 역시 연언지 제거를 받아들이고 그래서 Pa_k 가 성립할 뿐 아니라 'uP \wedge P'와 동치(\equiv_{Beall})인 $\sim Pa_k$ 역시 성립하기 때문이다.⁴⁰⁾

물론, 두 번째 연언지인 $\forall x(x < a_k \rightarrow Px)$ 와 관련된 논란의 여지는 있을 수 있다. 벨의 주장을 받아들일 경우 새롭게 해석해야 하는 조건문으로 구성되어있기 때문이다. 그러나 이 점은 큰 문제는 아니다. 이 식을 통해 표현하는 것은 '더미 열에서 a_k 보다 작은 것은 모두 P이다'인데, 'f(S)'에 대한 정의에 의해 a_k 보다 작은 모든 a_i 는 P를 만족하며, 그래서 두 번째 연언지는 참이기 때문이다. 더해서, ' a_i 가 a_k 보다 작다'를 R이라고 할 경우 uR이 성립한다고 보기 어렵다. '주장 가능성'을 어떻게 이해하든, ' a_i 가 a_k 보다 작다'는 단지 i 가 k 보다 작다는 산술적 주장 이외의 것이 아니고 그래서 '주장할 수 없음'이 적용된다고 볼 수 없기 때문이다. 따라서 '조건문'에 대한 벨의 정의를 수용한다고 하더라도, 이 식은 a_k 보다 작은 모든 a_i 가 P를 만족하는지에 따라 결정된다.

그리고 이것이, 양진주의자들과 같이, '절단점이 있다'는 주장 자체가 참이면서 거짓인 이유이다. 2장에서 논의했듯이, 절단점일 수 있는 것은 P의 경계사례나 $\sim P$ 인 첫 번째 사례이다. 그런데 f(S)에 대한 정의에 따라, 이 영역에 속하는 a_i 는 모두 a_k 보다는 크면서 $\sim P$ 인 첫 번째 대상과 같거나 작은 것들이다. f(S), 즉 a_k 는 S에 속하지 않는 첫 번째 대상이기 때문이다. 이러한 a_i 를 a_{k+n} 이라고 할 경우, ' a_{k+n} 이 절단점이다'가 참이면서 거짓이라는 것은 쉽게 도출된다. 이 주장은 ' $\sim Pa_{k+n} \wedge \forall x(x < a_{k+n} \rightarrow Px)$ '가 참이면서 거짓이라는 것인데, 앞에서 확인했듯이, '초월'과 '단핍'을 만족한다는 의미

40) 3장에서 언급했듯이, 연언지 제거를 받아들이지 않으면, 동치관계에 대한 벨의 설명은 성립하지 않는다.

에서 P_{a_k} 와 $\sim P_{a_k}$ 가 모두 성립하는데, 이것은 곧 $\forall x(x < a_{k+n} \rightarrow Px)$ 가 참이면서 거짓이라는 것을 함축하며, 그래서 전체 문장 역시 참이면서 거짓이라는 것이 도출되기 때문이다.⁴¹⁾ 그러나 벨의 경우 이러한 주장을 받아들일 수 없다. 그의 전략은 모순을 인정하지 것일 뿐 아니라 ‘ a_k 가 절단점이다’ 혹은 ‘절단점이 존재한다’가 모순이라면, ‘ u ’나 이에 기초한 ‘조건문’을 도입해야 할 이유를 찾기 어렵기 때문이다.

위의 논의를 통해, 우리는 벨의 대안이 성공적이지 못함을 확인하였다. 그의 전략은 모순을 인정하지 않는 비추이적 동치관계, 즉 ‘참인 관용’을 제시하는 것인데, 그가 제시한 ‘ u ’와 ‘ \equiv_{Beall} ’에 의해 비추이적 동치관계가 성립한다고 하더라도, 모순은 발생하기 때문이다. 우리는 울타리 도식을 통해 이러한 문제가 발생한 이유를 다시 확인할 수 있다. 우선, 벨의 대안을 수용하더라도, 그래서 ‘초월’과 ‘단합’을 만족하는 a_k 를 ‘ $uP \wedge P$ ’를 통해 이해하더라도, ‘ a_k 는 절단점이다’를 수용해야 한다. 앞에서 언급했듯이, ‘초월’은 그가 제시한 동치관계나 경계사례에 대한 이해와 독립적으로 성립할 뿐 아니라 ‘초월’이 성립한다는 것은, 즉 ‘ $f(S) \notin S$ ’가 성립한다는 것은 a_k 가 절단점이라는 것을 의미하기 때문이다. 이에 반해, ‘단합’을 만족한다는 의미에서 a_k 는 절단점이 아니다. ‘관용’ 혹은 이 규칙을 통해 표현되는 직관을 유지하는 한 절단점의 존재를 받아들일 수 없고, 그래서 a_k 가 절단점이라는 것을 수용할 수 없다는 것이다. 그리고 이것은 곧 ‘관용’을 유지하기 위해서는, a_k 가 절단점이면서 절단점이 아니라는 것을 받아들일 수밖에 없다는 것을 의미한다.

이 점은 S 의 범위에 ‘주장가능성’이나 ‘인식가능성’을 포함한다고

41) 이 점은 ‘초월’과 ‘단합’이 모두 ‘ $uP \wedge P$ ’로 이해되더라도 성립한다. 이 경우에도 ‘초월’과 ‘단합’을 만족한다는 의미에서 P_{a_k} 과 $\sim P_{a_k}$ 가 성립할 뿐 아니라, 앞에서 언급했듯이, 벨의 논의를 받아들이기 위해서는 ‘연언지 제거’ 역시 받아들여야 하기 때문이다.

해도 성립한다. 다시 말해, P에 대한 논의에 처음부터 ‘주장가능성’을 포함한다고 해도 위에서 제기한 문제는 해결되지 않는다. ‘초월’은 S가 무엇이든 그것이 A의 진부분 집합이라는 조건만 만족되면 성립하는 것이므로, 위에서 제시한 모순은 다시 발생하기 때문이다. 간단히 말해, 인식가능성이나 주장가능성과 관련된 요소를 통해 S의 범위를 수정한다고 하더라도, 이렇게 수정된 RS에 대한 ‘초월’이 성립하고, 그래서 위에서 제시한 모순이 다시 발생한다는 것이다.

물론, 이러한 필자의 주장에 대한 벨의 반박을 예상할 수 있다. 대표적으로 그는 더미 역설, 특히 자신이 재구성한 더미 역설은 울타리 도식에 적용되지 않는다고 주장할 수 있다. 이러한 비판은 일견 가능해 보일 수 있다. 그의 논의는 울타리 도식이 포함하지 않은 ‘주장가능성’에 기초하기 때문이다. 그러나 이러한 주장을 받아들이는 어렵다. 우선, 앞에서 확인했듯이, S의 범위에 ‘주장가능성’이나 ‘인식가능성’을 포함한다고 하더라도, 이렇게 수정된 RS와 관련된 모순이 발생하기 때문이다. 더해서, 우리는 이미 더미 역설이 울타리 도식을 만족한다는 것을 확인하였다. 따라서 벨의 대안이 울타리 도식을 만족하지 않는다는 것은, 그가 논점을 전환했고 그래서 원래의 더미 역설은 해결하지 못한다는 양진주의자들의 비판을 확증하는 것이다.

이러한 논의는 약한전략²⁾ 일반적으로 확장가능하다. 앞에서 확인했듯이, 약한전략²⁾는 관용을 수용하면서 모순 역시 인정하지 않는 전략이다. 그런데, 우리는 이미 ‘초월’은 ‘관용’에 대한 수정 및 새로운 연산자의 도입과 독립적으로 성립한다는 것을 확인하였다. 따라서 약한전략²⁾란 ‘초월’(f(S)⊄S)과 ‘단힘’(f(S)⊆S)을 만족하는 a_k를 모순 없이 규정하는 것이라고 할 수 있다. 그리고 이것은 곧 ‘초월’에 의해 정당화되는 $\sim Pa_k$ 및 ‘단힘’에 의해 정당화되는 Pa_k와

양립가능하도록 경계사례 BP_{a_k} 를 정의하는 것이다.

물론, 이것이 곧 모순을 함축하지는 않는다. P_{a_k} 및 $\sim P_{a_k}$ 와 양립 가능하다는 의미에서 BP_{a_k} 를 과결정이라고 할 수 있지만, 벨이 제시한 것처럼, BP_{a_k} 를 ‘ $uP \wedge P$ ’로 정의한 경우에도 위에서 언급한 양립가능성은 충족되기 때문이다. 그러나 경계사례를 이와 같은 방식으로 규정할 경우, 벨의 대안과 유사한 모순이 발생한다. BP_{a_k} 가 모순 없이 성립한다고 하더라도, ‘초월’을 만족한다는 의미에서 a_k 는 절단점이지만 ‘단힘’을 만족한다는 의미에서 a_k 는 절단점이 아니기 때문이다. 그런데 BP_{a_k} 를 이 보다 약하게 규정할 수 없다. BP_{a_k} 를 이보다 약하게 규정한다는 것은, BP_{a_k} 는 성립하지만 P_{a_k} 혹은 $\sim P_{a_k}$ 는 성립하지 않음을 의미하는데, 이것은 곧 ‘단힘’이나 ‘초월’이 성립하지 않음을 의미하기 때문이다.

지금까지 우리는 약한전략1)과 약한전략2)가 모두 모순을 함축한다는 것을 울타리 도식과 관련된 논의를 통해 확인하였다. 흥미로운 것은, 이 두 전략들이 모순을 함축하는 이유가 유사하다는 것이다. 두 경우 모두 ‘초월’과 ‘단힘’의 양립불가능성에 기초해서 모순이 도출되었기 때문이다. 특히, ‘단힘’의 수정과 독립적으로 ‘초월’이 성립한다는 것에 기초해서 모순이 도출되었다. 약한전략 1)의 경우 ‘관용’을 거부하면서도 분명한 절단점의 존재를 인정하지 않기 위해 미결정성을 도입하지만, ‘초월’을 함축하는 ‘나열’과 ‘극점’은 이러한 미결정성과 독립적으로 성립하고 그래서 새로운 모순이 도출되었다. 약한전략2) 역시 ‘관용’을 유지하면서 모순을 피하기 위해 P_{a_k} 및 $\sim P_{a_k}$ 와 양립가능한 경계사례를 도입하지만 이 경우에도 ‘초월’은 a_k 가 이러한 경계사례가 아님을 주장하고 그래서 모순이 발생하였다. 그리고 이것은 ‘관용’을 약화하거나 수정하기 위해 ‘분명함’, ‘주장불가능성’과 같은 논리적 도구를 도입해도 모순을 제거할 수 없음을 의미한다. 더해서, 우리는 3장에서 ‘관용’을 유지

하기 위해서는 참인 모순을 인정해야 한다는 것을 확인하였다. 따라서 강한전략1)과 같이 분명한 절단점의 존재를 허용하지 않으면서 모순 없이 더미 역설을 해결하려는 시도는 성공하지 못한다는 것을 지금까지의 논의를 통해 확인할 수 있다.

6. 결론

이 글을 통해, 필자는 더미 역설이 울타리 도식을 만족함을 보이고 이에 근거해서 참인 모순을 인정해야 한다는 것을 보였다. 그리고 ‘관용’을 약화하거나 수정하는 대안, 즉 약한전략1)과 약한전략2)가 모두 모순을 함축한다는 것 역시 확인하였다. 그러나 이러한 필자의 논위에 의해 양진주의가 바로 정당화되지는 않는다. 강한전략1)의 가능성은 여전히 남아있기 때문이다. 특히 ‘관용’을 인식적으로 이해하는 다양한 전략의 가능성은 여전히 남아있다. 또한 ‘참인 모순’을 인정하는 것과 관련된 철학적, 논리적 문제들 역시 여전히 남아 있다.

이러한 한계에도 불구하고, 이 글을 통해 양진주의를 수용해야 하는 좋은 이유가 있다는 것, 즉 ‘관용’ 혹은 ‘분명한 절단점 없음’을 수용하는 한 참인 모순 역시 수용해야 한다는 것을 확인하였다. 또한 더미 역설과 관련된 핵심적 문제, 혹은 적어도 2장에서 제시된 것과 같은 직관적 더미 역설의 핵심적 문제가 나열가능성에 있다는 것 역시 확인하였다. 앞에서 보았듯이, 더미 역설은 ‘초월’과 ‘단합’의 양립불가능성에 기초하는데, ‘초월’은 대상들의 나열가능성에 기초하는 것이기 때문이다.

참고문헌

- Beall, Jc. (2014a), “Finding Tolerance without Gluts”, *Mind* 123 (491), pp.791-811.
- Beall, Jc. (2014b), “End of Inclosure”, *Mind* 123 (491), pp.829-849.
- Bueno, O. and Colyvan, M. (2012), “Just what is vagueness?”, *Ratio* 25 (1), pp.19-33.
- Colyvan, M. (2009), “Vagueness and Truth”, in H. Dyck (ed.), *From Truth to Reality: New Essay in Logic and Metaphysics*, Oxford: Routledge. pp.29-40.
- Fine, K. (1975), “Vagueness, Truth and Logic” in P. Keefe and P. Smith, P (eds.), (1997), *Vagueness: A Reader*, Cambridge: MIT Press, pp.119 - 150.
- Hyde, D. (1997), “From heaps and gaps to heaps of gluts”, *Mind* 106 (424), pp.641-660.
- Keefe, R. (2000), *Theory of Vagueness*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Priest, G. (2004), “A Site for Sorites”, in Jc, Beall. (ed.), *Liars and Heaps: New Essays on Paradox*, Oxford: Clarendon Press, pp.9-23.
- Priest, G. (2010), “Inclosures, Vagueness, and Self-Reference”, *Notre Dame Journal of Formal Logic* 51 (1), pp.69-84.
- Priest, G. (2013), “Indefinite Extensibility – Dialethic Style”, *Studia Logica* 101 (6), pp.1263-1275.
- Ripley, D. (2013), “Sorting out the sorites”, in Francesco, B, Edwin, M & Koji, T. (eds.), *Paraconsistency: Logic and Applications*, pp. 329-348.
- Weber, Z. (2010). “A Paraconsistent Model of Vagueness”, *Mind*

119 (476), pp.1025-1045.

Weber, Z. Ripley, D. Priest, G. Hyde, D. and Colyvan, M.
(2014). “Tolerating Gluts”, *Mind* 123 (491), pp.813-828.

Williamson, T. (1994), *Vagueness*. London: Routledge.

아주대학교 다산학부대학

Dasan University College, Ajou University

ren-man@hanmail.net

Dialetheism and the Sorites Paradox

Jinhee Lee

A dialethic approach to the sorites paradox is to understand a borderline case as a true contradiction. In order to accommodate this approach, the possibility of an alternative that does not involve a contradiction should be considered first. Beall presents an alternative that has all virtues of dialethic solution without contradiction. I do not think his alternative has no contradiction. Using the inclosure schema I will show it. Furthermore, I will show that all alternatives which do not accept the existence of cut-off point imply a contradiction. This means that we have to accept a true contradiction as long as we accept the intuition of vagueness, especially, what is called 'tolerance'.

Key Words: Sorites paradox, Vagueness, Dialetheism, Inclosure schema