우도와 베이즈 인수

전 영 삼

경험적 증거에 의해 선호할 만한 가설을 결정하는 데 있어 ‘우도’의 중요성은 잘 알려져 있다. 하지만 불확실한 증거에 의한 신념도의 갱신에 적합한 것으로 알려진 ‘제프리 조건화’는 그러한 우도를 변화시키며, 따라서 우도의 객관성에 심각한 훼손을 초래하는 것으로 여겨진다. 이와 같은 문제를 해결하는 한 가지 방안으로 이른바 ‘베이즈 인수’를 활용한 방식이 제안되기는 하였으나, 나는 그 방안이 해당 문제를 해결하는 적절한 방법이 될 수 없음을 논증할 것이다. 그리고 그 문제를 좀더 적절히 해결할 수 있는 다른 한 가지 방안을 제시하기로 한다.

우도(가능도, likelihood)는 우도주의나 베이즈주의뿐만 아니라 그와 대립적 입장에 있는 빈도주의에서도 공히 관심을 갖고 활용하고 있는 개념이나 함수이다. 이러한 점에 비춰, 우도는 단순히 주의의 차이를 넘어 과학적 가설들을 평가하는 데 매우 본질적인 어떤 것을 보여 줄 법한 그 무엇으로 보인다.

하지만 불확실한 경험적 증거로써 신념도를 갱신해 가는 적절한 베이즈주의적 방안으로 제시된 ‘제프리 조건화’(Jeffrey Conditionalization)는 그러한 우도를 임의적으로 변화시켜 우도의 객관성을 훼손한다는 지적이 있어 왔다.

이와 같은 충돌을 회피할 수 있는 한 가지 방안으로, 제프리 조건화에서 이른바 ‘베이즈 인수’(Bayes factors)를 활용한 방안이 제시된 바 있다. 이는, 물론 수식의 결과로는, 우도를 변화시키지 않으면서도 제프리의 조건화 방식도 유지할 수 있는 방안이긴 하다. 하지만 이는 우도의 성격까지를 고려한 근본적인 해결 방안이 아닌 탓에 단지 편의적인 해법으로 보인다. 이에 나는 그 방안이 해당 문제를 해결하는 적절한 방법이 될 수 없음을 논하고, 그 문제를 좀더 적절히 해결할 수 있는 다른 한 가지 방안을 제시하고자 한다.

이는 제프리의 조건화 과정을 단순히 신념도의 갱신 과정으로 보는 데에서 그치지 않고 또한 신념도의 정당화 과정으로 보고, 그 틀 내에서 우도와 베이즈 인수의 관계를 재정립하는 일이다. 이 결과 나는, 오히려 우도의 관점에서, 불확실한 경험의 충격도 하나의 증거로 사용되기 위해서는 적절히 제약되고 조절될 필요가 있음을 주장할 것이다.

1. 우도와 제프리 조건화

과학적 가설의 입증 문제에 대한 베이즈주의의 기본 입장 중 하나는 다음과 같다. 우선 어떤 경험적 증거 e에 의한 가설 h의 주관적 확률 내지 신념도를 $p(h/e)$, 그리고 증거 e가 가설 h를 입증하는 (총체적) 입증도를 $c(h/e)$라고 해 보자.[1] 그렇다면 두 가설 h와 h'에 대

1) 베이즈주의에서 ‘총체적 입증도’(degree of total confirmation)는 단순히 주어진 증거가 해당 가설의 사후 확률을 얼마로 결정해 주는가를 보여 주는 반면, 이와 대비되는 ‘증가적 입증도’(degree of incremental confirmation)는 그 증거가 해당 가설에 대한 확률을 얼마만큼 변화시켜 주는가를 보여 준다(이러한 구별과 파생 문제에 관한 논의를 위해서는 전영삼 2012 참조). 이하에서는 특별한 언급이 없는 한 모든 “입증도”는 ‘총체적 입증도’를 의미한다.

해 베이즈주의는 다음을 받아들인다.

(C) $c(h/e) \geq c(h'/e)$ iff $p(h/e) \geq p(h'/e)$

이 경우, 확률 $p(h/e)$의 결정은 잘 알려진 다음의 베이즈 정리에 따른다.

(1.1) $p(h/e) = p(h)p(e/h)/p(e)$

하지만 여기에는 우선 $p(h)$와 $p(e)$의 확률을 결정하는 데 따르는 어려움이 놓여 있다. 가설 h의 사전 확률에 해당하는 $p(h)$의 결정에는 그 자의성이 문제된다. 반면 증거 e의 '기대도'(expectedness)라 부르는 $p(e)$의 결정에서는 그 증거가 생성되는 여러 다양한 상황을 반영하기 쉽지 않다. 다행히 후자의 경우에는, 베이즈 정리를 다음과 같이 변형함으로써 그러한 어려움을 회피하는 일이 불가능하지 않다.

(1.2) $p(h/e) = p(h)p(e/h)/[p(e/h)p(h) + p(e/\sim h)p(\sim h)]$

이제 우리가 입증도를 비교하고자 하는 가설이 h와 h'뿐으로, 이는 서로 양립 불가능하다고 가정해 보자(따라서 이 경우, $\sim h \Leftrightarrow h'$이다). 나아가, 이 양자의 사전 확률도 서로 동일하다고 가정해 보자. 그렇다면 다음과 같은 식에 의해 두 가설의 입증도 비교에서 사전 확률의 자의성 문제 역시 회피 가능하다.

(1.3) $\dfrac{p(h/e)}{p(h'/e)} = \dfrac{p(e/h)}{p(e/h')}$

이 식과 앞서의 (C)에 따르면, 두 가설의 입증도 $c(h/e)$와 $c(h'/e)$를 비교하는 데 그 각각과 관련된 우도 $p(e/h)$와 $p(e/h')$는 결정적이다. 그러므로 (다른 사정이 동일하다면) 오직 우도의 비교만으로 어떤 가설의 선호를 결정하고자 하는 우도주의에서는 물론이거니와, 여전히 사전 확률을 중시하는 베이즈주의에서도 공히 우도를 중시하고 있다. 나아가 흥미롭게도, 그와 대립적 입장에 있는 빈도주의에서도 이를 중시하고 있다. 어떤 가설에 대해 그것의 사후 확률보다는 확률적 반증주의의 입장에서 그 가설의 기각이나 채택에 관심을 갖는 빈도주의에서 우도에 관심을 갖는 이유는 예컨대 다음과 같이 설명 가능하다.[2]

우선 가설 h가 참임에도 불구하고 그것을 잘못 기각하는 제1종 오류로 인한 손실을 $L(\mathrm{I})$, h가 거짓임에도 불구하고(즉 h'이 참임에도 불구하고) 그것을 잘못 채택하는 제2종 오류로 인한 손실을 $L(\mathrm{II})$라 해 보자. 그리고 증거 e가 주어졌을 때 가설 h와 h' 각각이 참이 될 확률을 $p(h/e)$, $p(h'/e)$라 해 보자. 그렇다면 이제 가설 h를 채택하는 행위 A_1과, 가설 h를 기각하는(그리하여 가설 h'를 채택하는) 행위 A_2 각각의 기대 효용은 다음과 같이 계산 가능하다.

2) 이에 대한 좀더 상세한 논의를 위해서는 전영삼 (2013), pp. 301-6 참조. 여기서는 필요한 만큼 그 주요 결과만을 소개하기로 한다. 다만 이때의 확률의 의미에 관해서는 이후 다시 언급하게 될 것이다.

(1.4) $E(A_1) = 0 \times p(h/e) + L(\text{II}) \times p(h'/e) = L(\text{II}) \times p(h'/e)$

$E(A_2) = L(\text{I}) \times p(h/e) + 0 \times p(h'/e) = L(\text{I}) \times p(h/e)$

이 경우 만일 우리가 가설 h를 기각하고 가설 h'을 채택하고자 한다면, $L(\text{II}) \times p(h'/e) < L(\text{I}) \times p(h/e)$의 부등식을 만족시켜야만 할 것이다. 곧 다음의 식을 만족시킬 필요가 있다.

(1.5) $\dfrac{p(h/e)}{p(h'/e)} \times \dfrac{L(I)}{L(II)} < 1$

그런데 여기서도 역시 위의 (1.3)을 받아들일 수 있다면, 결과적으로 다음의 식을 얻을 수 있다.

(1.6) $\dfrac{p(e/h)}{p(e/h')} < \dfrac{L(II)}{L(I)}$

그렇다면 위의 식 우변의 비가 일정하게 정해질 수만 있다면, 그 좌변에서 그보다 작은 우도의 비를 보여 주는 가설 h를 기각하고 가설 h'을 채택할 수 있을 것이다. 사실상 빈도주의에 따른 가설 검정의 실제에서는 제1종 오류를 범할 확률을 일정하게 작은 값(예컨대 0.05나 0.01)으로 고정하고, 이에 따라 제2종 오류를 범할 확률을 가능한 한 줄여 나가는 방식으로, 실험 상황에 따라 우변의 값을 미리 고정할 수 있다. 그러므로 이러한 가설 검정의 방식에서도 가설의 우도는 중요한 역할을 함을 알게 된다. 이는 표준적 통계학에서 이른바 '우도비 검정'(likelihood ratio test) 방식으로 구현되고 있다.

만일 상황이 위와 같다면, 우리는 가설들의 우도가 그에 접근하는 여러 방식의 차이에도 불구하고 과학적 가설들을 평가하는 데 매우 본질적인 어떤 측면을 갖고 있는 것 아닌가라는 기대를 갖게 된다. 하지만 뜻밖에도, 불확실한 경험의 충격을 반영하고자 하는, 베이즈주의에서의 새로운 접근 방식의 결과, 이와 같은 우도의 위상이 심각한 도전에 직면하게 되었다.

전통적인 베이즈주의에 따르면, 앞서의 식 (1.1)은 어떤 가설 h에 대한 우리의 신념도가 새로운 증거 e에 의해 합리적으로 갱신되는 방식을 보여 주는 것이기도 하다. 그러므로 이 식은 어떤 행위자 X가 처음 $p(h)$의 신념도를 갖고 있다가 새로운 증거 e가 주어짐에 따라 이후 $p(h/e)$에 의해 새로운 신념도 $q(h)$를 갖게 됨을 뜻한다. 이에 지금과 같은 신념도의 갱신 방식을 흔히 '베이즈 조건화'(Bayesian Conditionalization; BC)라 부르곤 한다.

그런데 이때 만일 우도 $p(e/h)$을 최대 1로 간주한다면, $p(e)=1$일 경우 $q(h)=p(h)$가 되어, 증거 e의 제시에도 불구하고 신념도의 증가가 이루어질 수 없다. 따라서 e에 대한 처음의 신념도는 적어도 $p(e)<1$일 필요가 있다. 하지만 이 경우 또한 새로운 신념도 함수 q에 의한 e의 신념도 $q(e)$가 1이 아닌 경우, 식 (1.1)에 따르면 $q(e) \neq p(e/e) = p(e)p(e/e)/p(e) = 1$이 되어 서로 모순된 결과에 이르게 된다. 그러므로 식 (1.1)이 신념도의 갱신을 위한 식으로 사용될 경우, 이는 e에 대한 처음의 신념도가 1보다 작았다 할지라도 실제 경험이 주어진 이후에는 그 값이 1이 되어야 함을, 즉 $q(e)=1$이 되어야 함을 뜻한다. 이는 해당 경험의 결과에 대해 우리가 확신을 하고, 그에 대응하는 명제가 참임을 뜻한다.

그러나 불행히도 우리의 경험이 확실하지 않을 여러 이유가 존재한다. 우리의 감각이 불

완전하기 때문일 뿐만 아니라, 좀더 실제적으로는 예컨대 과학적 실험의 결과가 확정적이지 않고 계속 변화할 수 있기 때문이다.[3] 이러한 관점에서, 제프리는 이미 1960년대에 우리의 경험이 결코 확실할 수 없음을 전제로 이른바 '제프리 조건화'라 부르는 새로운 조건화 방식을 제안을 제안한 바 있다. 이의 가장 간단한 형태는 다음과 같다.

(JC) $q(h) = q(e)p(h/e) + q(\sim e)p(h/\sim e)$

이때의 $q(e)$는 물론 $0<q(e)<1$의 조건을 만족시키는 것으로, 이는 시간의 흐름에 따라 증거 e에 대한 확률값들이 변화할 수 있는 여지를 수용한 것이다. 곧 제프리는 우리의 경험 내용을 표상하는 특권적 명제를 부정하면서도 경험의 충격이나 자극이 우리의 신념도에 어떻게 변화를 가져 올 수 있는가를 보여 준 것이다. 이때 주의할 점은, 이와 같은 (JC)는, 확률 계산에 따를 때, $q(h/e)=p(h/e)$나 $q(h/\sim e)=p(h/\sim e)$와 동일한 의미라는 점이다. 이는 증거 e에 대한 확률이 $p(e)$에서 $q(e)$로 변할 때, 그러한 사실 이외에는 별도로 알려지는 바가 없는 경우, 증거 e와 가설 h 사이의 조건부 확률의 관계는 변화되지 않음을 뜻하며, 이를 흔히 '고정성'(rigidity)이라 부른다.

제프리의 이와 같은 발상은 베이즈 조건화의 좁은 제약을 넘어서 우리의 경험 상태를 좀더 일반적으로 반영할 수 있는 획기적인 것이나, 불행히도 리바이는 일찍부터 이와 같은 제프리의 조건화 방식에 문제를 제기한 바 있다. Levi (1967)에서 그가 제기한 문제는 여러 가지이나, 지금의 우리 목적과 직접 관련된 것은 다음과 같다.

증거 명제 e에 대한 사전 확률이 $p(e)$에서 $q(e)$로 변화한 경우, 베이즈 정리인 (1.1)을 변형하면, $p(h)=[p(e)p(h/e)]/p(e/h)$이고 $q(h)=[q(e)q(h/e)]/q(e/h)$이다. 그런데 리바이의 생각에, 일단 가설 h가 제안되면, 그것이 증거 e에 대해 말해 주는 바는 일정하게 불변인 것으로 여겨진다. 이는 두 우도 $p(e/h)$와 $q(e/h)$에 관한 것으로, 즉 $q(e/h)=p(e/h)$로 여겨진다. 나아가 별도의 배경 지식에 변화가 없는 한, 해당 가설에 대한 사전 확률 $p(h)$ 역시 전혀 변화하지 않거나 거의 변화하지 않는 것으로 가정할 수 있다. 곧 거의 $q(h)=p(h)$이다. 하지만 이제 e에 대한 사전 확률이 $p(e)$에서 $q(e)$로 변화해 $p(e)\neq q(e)$인 경우를 다시 생각해 보자. 이 경우 만일 앞서의 제프리의 고정성에 따라 $q(h/e)=p(h/e)$라 한다면, $q(e/h)\neq p(e/h)$라는 결과에 이를 수밖에 없다. 즉 단순히 $p(e)$에서 $q(e)$로의 변화만으로 가설 h에 대한 우도가 달라질 수밖에 없는 결과가 초래된 것이다.

우도와 제프리 조건화 사이의 이와 같은 충돌에 대해 자연스럽게 떠오르는 해법 중 하나는 우도의 불변성을 부정하고 제프리 조건화에 따른 결과를 받아들이는 것이다. 예컨대 Harper & Kyburg (1968)는 앞서와 같은 상황에서 우도가 그처럼 변화하는 것이 오히려 자연스럽다고 보며, 지금과 같은 입장을 취하고 있다. 하지만 앞서 언급한 대로 베이즈주의나 빈도주의 내지 표준적 통계학에서 우도가 가설 평가에서 공히 중요한 역할을 하고 있다는 점에 비춰, 이는 바람직해 보이지 않는다.

문제의 충돌에 대한 또 다른 자연스러운 해법은, 물론 우도의 불변성을 유지하고 제프리의 조건화 방식을 부정하는 것이다. 그러나 이 역시 앞서 언급한 대로 우리 경험의 불확실한 상황을 실제적으로 무시할 수 없다는 점에 비춰 바람직한 해법일 수 없다.

그렇다면 나머지 세 번째 해법은 이 양극단을 피해 양자를 조화시키는 방식이다. 즉 우도

3) 과학자이자 과학 철학자인 프랭클린은 실험 과학의 실제에서 실험의 결과가 달라지는 일은 흔한 일임을 지적하고, 그 구체적인 예로서 17-keV 중성미자의 경우를 자세히 소개한 바 있다(Franklin 1999, ch. 2).

의 불변성도 살리고 제프리의 조건화 방식도 수용하는 방법이다. 하지만 이것이 어떻게 가능한가? 다행히도 박일호는 이러한 방식이 가능한 한 가지 방안을 제시한 바 있다(Park 2009). 다만 이 방안에서는 불확실한 경험의 충격을 적절하게 표현할 수 있는 것으로 여겨지는 이른바 '베이즈 인수'를 활용하고 있다. 따라서 다음 절에서 이러한 '베이즈 인수'를 중심으로 박일호의 해법을 먼저 논의해 보기로 하자.

2. 부분적 신념도 갱신과 우도

우도의 불변성과 제프리 조건화 사이의 충돌 문제에 관해 박일호의 해법은 우선 크게 보아 신념도 갱신의 여러 방법 중 이른바 '부분적 신념도 갱신'(partial belief update)의 과정에 놓여 있다.

어떤 경험의 충격이 증거 명제들에 대한 신념도에 영향을 미칠 경우, 우리는 그와 관련된 '모든' 신념도가 또한 변화되리라 기대할지 모른다. 그러나 과학의 실제에 있어 보면, 이와 같은 일이 언제나 발생하는 것도 아니며, 또한 그것이 바람직하지 않은 경우도 적지 않다. 예컨대 천왕성의 궤도에 관한 관찰 결과가 뉴턴의 가설에서 예측하는 바와 달랐다 할지라도 다른 경험적 증거에 기반한 그의 가설에 대한 신념도를 고수했던 경우가 그것이다. 즉 어떤 경험의 충격으로 그에 대한 증거 명제와 관련된 모든 신념도가 전체적으로 갱신되는 대신 단지 부분적으로만 갱신이 이루어지는 경우이다. 이와 같은 경우, 불행히도 제프리가 초기에 제안한 단순한 제프리 조건화의 규칙만으로는 이를 적절히 해명할 수 없다는 지적이 있어 왔다(예컨대 Bradley 2005). 그럼에도 불구하고 박일호는 이와 같은 경우 역시 연속적 신념도 갱신(successive belief update)의 방법과 관련한 연립 방정식의 해법으로 처리할 수 있음을 훌륭히 보인 바 있다(박일호 2013, pp. 131-3).

그런데 이와 같은 새로운 해법에 있어 결정적인 역할을 하고 있는 것은, 제프리의 조건화 방식이 처음 제안된 이후 필드에 의해 새로이 제시된(Field 1978) 이른바 '베이즈 인수'이다. 베이즈 인수는 새로이 주어지는 경험의 충격을 그 이전의 어떤 행위자의 사전 신념도에 관계없이 독립적으로 수치화할 수 있는 인수로서 각광을 받아 오고 있다.[4] 예컨대 그 가장 간단한 경우로, 증거 명제 e를 포함한 어느 분할 집합 E={e, ~ e}를 기반으로, 신념도 함수 p로부터 새로운 신념도 함수 q로의 갱신이 이루어지는 경우, 베이즈 인수 $\beta(e:\sim e)$는 다음과 같이 주어진다.

(BF) $\beta(e:\sim e)=[q(e)/q(\sim e)]/[p(e)/p(\sim e)]$로 주어진다.

이제 이와 같은 베이즈 인수들을 이용하고, 신념도 함수 p로부터 q로 나아가는 과정에 하나의 중간적인 신념도 함수 c를 가정해, 처음에 증거 명제 e를 포함한 분할 집합 E={e, ~ e}와 관련해 p로부터 c로, 그리고 다시 새로운 증거 명제 f를 포함한 분할 집합 F={f, ~ f}와 관련해 c로부터 q로 나아가는 하나의 연속적 신념도 갱신의 과정을 상정한다면, 이로써 부분적 신념도 갱신의 문제를 해결할 수 있다는 것이 박일호의 핵심 아이디어이다. 즉 이때의 부분적 신념도 갱신이란, 처음에 경험의 충격에 의해 신념도 함수 p로부터 c로 변화

4) 이와 같은 성공의 이유와 '베이즈 인수'의 인식론적 특성들에 관해서는 전영삼 (2016) 참조.

했다 할지라도, 그 후에 이루어지는 c로부터 q로의 변화에서는 앞서 경험의 충격에 의한 신념도 변화의 간접적인 영향에도 불구하고 이를 처음으로 되돌리는 갱신에 의해 최종적으로 $q(f)=p(f)$의 결과를 보이는 하나의 연속적 갱신 과정으로 볼 수 있다는 것이다. 이 과정은 하나의 예시로써 다음과 같이 좀더 자세히 보여 줄 수 있다.[5]

먼저 분할 집합 E와 관련해, 행위자 X의 처음 신념도 함수 p에 따라 $p(e)=1/3$, $p(\sim e)=2/3$라고 해 보자. 그리고 분할 집합 F와 관련해서는 $p(f)=1/2$, $p(\sim f)=1/2$라고 해 보자. 또한 $p(f/e)=3/4$, $p(f/\sim e)=3/8$이다.[6] 따라서 이 결과를 표로 나타내면, 아래의 <표 2-1>과 같다.

p	f	$\sim f$	합
e	1/4	1/12	1/3
$\sim e$	1/4	5/12	2/3
합	1/2	1/2	1.00

<표 2-1>

$\mapsto$

c	f	$\sim f$	합
e	?	?	?
$\sim e$	?	?	?
합	?	?	1.00

<표 2-2>

$\mapsto$

q	f	$\sim f$	합
e	?	?	1/4
$\sim e$	?	?	3/4
합	1/2	1/2	1.00

<표 2-3>

그런데 이제 경험의 충격에 의해 X의 새로운 신념도 함수 q가 형성되고, 이에 따라 우선 명제 e에 대한 그녀의 신념도가 $q(e)=1/4$이 되었다고 해 보자. 즉 경험의 충격에 의해 e에 대한 그녀의 신념도가 갱신된 것이다. 그렇다면 이 경우 f에 대한 X의 신념도 $q(f)$는 어떻게 될 것인가? 물론 이때 경험의 충격이 e뿐만 아니라 f에 대한 신념도에도 동시에 영향을 미쳤다면, 이는 이른바 '동시적 신념도 갱신'(simultaneous belief update)의 경우에 해당될 것이다. 하지만 이번에는 경험의 충격이 오로지 e에 대한(그리하여 또한 $\sim e$에 대한) 신념도에만 직접적인 영향을 미쳤다고 해 보자. 이렇게 되면 언뜻 f나 $\sim f$에 대한 그녀의 신념도에는 아무런 변화도 없다고 생각할지 모른다. 하지만 (JC)에 따르면 이에 대한 그녀의 신념도에도 역시 변화가 초래되어야만 한다. 왜냐하면 직접적으로는 아닐지 몰라도, 만일 e와 f가 확률적으로 독립적이지 않다면, 즉 f에 대한 신념도가 e에 대한 신념도와 관련이 있다면, 직접적으로는 아닐지 몰라도 간접적으로나마 f에 대한 신념도 역시 e에 대한 신념도의 변화에 따라 변할 수 있기 때문이다. 사실상 (JC)는 이와 같은 기대에 잘 부응해, 경험의 충격에 의해 직접적으로 변화되는 신념과 관련되는 '모든' 신념도가 바뀌도록 조절해 주고 있다.[7] 그러므로 박일호는 그러한 신념도의 갱신에 대해 '전체적'(total)이란 명칭을 부여하고 있다. 하지만 신념도의 갱신이 언제나 이처럼 전체적으로만 이루어질 필연적인 이유도 없으며, 또한 실제적으로도 그러하지 않은 경우가 종종 있다. 앞서 언급한 과학사의 한 사례가 그것이다. 이 경우에는 예컨대 천왕성의 궤도에 관한 관찰의 결과 e에 대한 신념도 $p(e)$가 $q(e)\neq p(e)$로 변화했음에도 불구하고, 그러한 e를 원소로 하는 분할 집합 E와 확률적으로 독립적이지 않은(즉 E의 각 원소와 확률적으로 독립적이지 않은) 명제 f, 예컨대 뉴턴 역학에 관한 명제의 신념도는 변화하지 않은 것으로 볼 수 있다. 곧 $q(f)=p(f)$인 것이다. 박일호는 바로 이러한 경우의 신념도 갱신에 대해 '부분적'이라는 명칭을 부여한 셈이다.

그렇다면 이제 위의 <표 2-1>과 관련한 사례를 이와 같은 관점에서 다시 보기로 하자. 이 경우 $p(f/e)=3/4\neq 1/2=p(f)$이고, $p(f/\sim e)=3/8\neq 1/2=p(f)$이어서, f는 E와 확률적으로 독

5) 지금의 예와 설명은 전영삼 (2016), pp. 33-6에서 일부 고쳐 가져 온 것이다. 따라서 이에 관한 좀더 상세한 이해를 위해서는 해당 부분 참조.

6) 이는 Bradley (2005)에서의 예를 박일호가 수정한 것으로, 여기서는 다시 우리의 사정에 맞게 수정하였다.

7) 이에 대한 증명은 박일호 (2013), pp. 40-1에서 찾아볼 수 있다.

립적이지 않고, 따라서 f에 대한 신념도는 e에 대한 신념도와 관련이 있다. 그럼에도 불구하고 X가 f에 대한 처음의 신념도를 고집해 $q(f)$=$p(f)$=1/2이라고 해 보자. 즉 여기서 부분적 신념도 갱신이 이루어졌다고 가정해 보자. 이와 같은 가정을 나타낸 것이 바로 위의 <표 2-3>이다. 그러나 이러한 가정은 앞서 지적한 대로 (JC)와는 충돌한다. 그렇다면 우리는 양자 중 어느 하나를 포기해야만 할까? 이에 대해 박일호는 다음과 같은 대안을 제시하고 있다. 즉 신념도 함수 p로부터 q로 나아가는 과정에 하나의 중간적인 신념도 함수 c를 가정하자는 것이다. 그리고 이제 처음에 p로부터 c로, 그리고 다시 c로부터 q로 나아가는 하나의 연속적인 신념도 갱신의 과정을 상정한다면, 이로써 부분적 신념도 갱신의 문제를 해결할 수 있다는 것이다. 단, 이때 중요한 점은 (JC) 대신 베이즈 인수를 사용한 다음과 같은 (JCBF)를 사용해야 한다는 점이다. 이는 (JC)에 베이즈 인수 $\beta(e:\sim e)$를 적용해 쉽사리 얻어 낼 수 있는 식이다.

(JCBF) $q(h)=[\beta p(he)+p(h\sim e)]/[\beta p(e)+p(\sim e)]$

여기서 (JC) 대신 이처럼 (JCBF)를 사용할 필요가 있는 까닭은, 지금의 상황을 연속적 신념도 갱신의 과정으로 보아 문제를 해결하기 위해서는 그 과정을 곧 앞서의 동시적 신념도 갱신의 한 과정으로 보아야만 하고, 이를 위해서는 (JC) 대신 (JCBF)의 사용이 필수적이기 때문이다.

따라서 이제 (JCBF) 방식에 따라, X의 처음 신념도 함수 p로부터 연속적으로 (JC)에 의해 분할 집합 E와 F와 관련해 이 순서대로 차례로 갱신이 이루어진 경우를 p_{EF}라 해 보자. 그렇다면 함수 p로부터 c로 나아갈 때의 베이즈 인수 β와, 다시 함수 c로부터 q로 나아갈 때의 베이즈 인수 γ를 이용할 경우, 임의의 명제 x에 대한 신념도 $p_{EF}(x)$는 다음과 같이 구할 수 있다.

(2.1) $p_{EF}(x)=\dfrac{\beta\gamma p(xef)+\beta p(xe\sim f)+\gamma p(x\sim ef)+p(x\sim e\sim f)}{\beta\gamma p(ef)+\beta p(e\sim f)+\gamma p(\sim ef)+p(\sim e\sim f)}$

만일 사정이 이와 같다면, 다음의 문제는 가상의 c를 결정해 주는 일이나, 이는 위의 <표 2-2>에서 보듯, 직접적으로 결정될 수 있는 것이 아니다. $c(e)$와 $q(e)$이 값이 결정되지 않은 탓에 p로부터 c로 나아갈 때와 c로부터 q로 나아갈 때 각각의 베이즈 인수 β와 γ를 구할 수 없기 때문이다. 그럼에도 불구하고 이 경우 <표 2-3>에 나타나 있듯 $q(e)$와 $q(f)$의 값이 이미 알려져 있으므로, 앞서의 식 (2.1)에 이를 적용한 연립 방정식을 푼다면 문제의 베이즈 인수들을 구할 수 있다. 즉 다음과 같은 연립 방정식의 해를 얻는다면, 우리는 필요한 베이즈 인수들을 얻어, 부분적 신념도 갱신의 문제를 해결할 수 있는 것이다.

$$\text{(2.2)}\quad 1/4=q(e)=\frac{\beta\gamma p(ef)+\beta p(e\sim f)}{\beta\gamma p(ef)+\beta p(e\sim f)+\gamma p(\sim ef)+p(\sim e\sim f)}\ ,$$
$$1/2=q(f)=p(f)=\frac{\beta\gamma p(ef)+\beta p(\sim ef)}{\beta\gamma p(ef)+\beta p(e\sim f)+\gamma p(\sim ef)+p(\sim e\sim f)}\ .$$

그렇다면 이와 같은 아이디어와 방법을 앞서 제1절에서 리바이가 제시했던 우도의 문제에는 어떻게 적용할 수 있을까? 이를 위해, 먼저 리바이 자신이 이와 관련해 제시하고 있는 구체적인 사례 하나를 살펴보기로 하자. 예컨대 행위자 X인 “존스”(Jones)가 시각 t에 어느

단지 하나를 마주하고 있다고 해 보자. 그는 그 안에 모두 10개의 원반이 담겨 있음을 알고 있으며, 그 단지 안에는 5개의 푸른색 원반과 5개의 녹색 원반이 담겨 있거나, 아니면 10개의 푸른색 원반과 0개의 녹색 원반이 담겨 있음도 알고 있다고 해 보자. 이때 그 단지 안에 담겨 있을 법한 두 가지 색깔의 원반에 관한 추측 가운데 첫 번째 것을 가설 h로 둔다면, 두 번째 추측은 $\sim h$로 둘 수 있을 것이다. 그는 또한 그 단지로부터 원반 하나가 추출될 것이라는 점과 그것이 푸른색 아니면 녹색일 것이라는 것도 알고 있다. 이 상태에서, 이제 그렇게 해서 추출된 원반이 푸른색이라는 명제를 증거 e라 해 보자. 그리고 존스가 이후의 시각 t'에 실제로 그 추출된 원반을 관찰해, 처음의 시각 t에 증거 e에 대해 갖고 있던 신념도 0.6을 시각 t'에 (여러 환경적 내지 심리적 이유 등등으로 1 대신) 0.9로 바꾸었다고 해 보자. 이러한 신념도의 변화는, 제프리의 조건화에 관한 우리의 기호법에 따르면, $p(e)=0.6$, $q(e)=0.9$임을 뜻한다. 그런데 이처럼 $p(e)\neq q(e)$가 된다면, 앞서 제1절에서 언급한 대로, 제프리의 고정성에 따라 $q(h/e)=p(h/e)$라 할 경우, $q(e/h)\neq p(e/h)$라는 결과에 이를 수밖에 없는 것이다. 곧 단순히 $p(e)$에서 $q(e)$로의 변화만으로 가설 h에 대한 우도가 달라질 수밖에 없는 결과가 초래되는 것이다. 만일 이를 대우 관계로 말한다면, 가설 h에 대한 우도에서 $q(e/h)=p(e/h)$일 경우 $p(e)=q(e)$가 되어, 존스의 경험적 관찰에도 불구하고 증거 e에 대한 그의 신념도에는 아무런 변화도 초래되지 않는 결과에 이르고 만다.

이와 같은 문제를 해결하기 위해, Park (2009)는 우선 처음에 존스의 경험에 의해 그의 신념도 함수가 p로부터 c로 변화했다 할지라도, 그 후에 이루어지는 c로부터 q로의 변화에서는 분할 집합 F 대신 예컨대 분할 집합 J={he, $\sim he$, $h\sim e$, $\sim h\sim e$}를 고려할 필요가 있다고 본다. 왜냐하면 만일 존스가 가설 h에 대한 우도를 고수하여 $q(e/h)=p(e/h)$를 유지한다면, 이는 명제 e와 h에 함께 관련된 신념도의 문제이기 때문이다. 그리하여 위의 리바이의 사례에 따를 때, 시각 t에 J에 대한 존스의 신념도는 각기 다음과 같다: $p(he)=0.4$, $p(\sim he)=0.2$, $p(h\sim e)=0.4$, $p(\sim h\sim e)=0$. 이 경우 $p(e)=0.6$, $p(\sim e)=0.4$이며, 10개의 푸른색 원반만이 담긴 단지로부터는 결코 녹색 원반이 추출될 수 없어 $p(\sim h\sim e)=0$이기 때문이다. 그렇다면 이제 존스에게서 p로부터 c로, 그리고 다시 c로부터 q로의 신념도 변화는, 처음 경험의 충격에 의한 신념도 변화의 간접적인 영향에도 불구하고 그를 처음으로 되돌리는 갱신에 의해 최종적으로 $q(e/h)=p(e/h)$의 결과를 보이는 연속적 갱신 과정으로 볼 수 있다. 그리하여 이 경우 처음의 우도 $p(e/h)$는 경험에 의해 갱신이 이루어진 이후에도 역시 $q(e/h)=p(e/h)$인 상태로 변함없이 유지될 수 있을 뿐만 아니라, 증거 e에 대한 존스의 신념도가 0.6으로부터 0.9로 변화된 결과 역시 허용할 수 있게 되는 것이다.

이렇게 된다면, p로부터 c로 나아갈 때의 베이즈 인수를 $\beta=\beta_p^c(e:\sim e)$ 그리고 c로부터 q로 나아갈 때의 베이즈 인수 각각을 $\gamma_1=\gamma_c^q(he:\sim h\sim e)$, $\gamma_2=\gamma_c^q(\sim he:\sim h\sim e)$, $\gamma_3=\gamma_c^q(h\sim e:\sim h\sim e)$라 하고, 위의 식 (2.1)에 이를 적용해, 다음과 같은 연립 방정식을 얻을 수 있다.

$$(2.3)\quad 0.9 = q(e) = \frac{\beta\gamma_1 p(eh)+\beta\gamma_2 p(e\sim h)}{\beta\gamma_1 p(eh)+\beta\gamma_2 p(e\sim h)+\gamma_3 p(\sim eh)+p(\sim e\sim h)},$$

$$0.5 = q(e/h) = \frac{\beta\gamma_1 p(eh)}{\beta\gamma_1 p(eh)+\gamma_3 p(\sim eh)},$$

$$1 = q(e/\sim h) = \frac{\beta\gamma_2 p(e\sim h)}{\beta\gamma_2 p(eh)+p(\sim e\sim h)}.$$

이와 같은 연립 방정식을 푼다면 베이즈 인수들 사이에 $\beta\gamma_1=\gamma_3$, $\beta\gamma_2/16=\gamma_3$와 같은 등식을 얻고, 이를 다시 식 (2.1)에 대입해, 다음의 식을 얻을 수 있다.[8)]

$$(2.4)\ \ q(x) = \frac{\gamma_3 p(xeh) + 16p(xe\sim h) + \gamma_3(x\sim eh)}{\gamma_3 p(eh) + 16\gamma_3 p(e\sim h) + \gamma_3 p(\sim eh)}$$

이 식이야말로 리바이의 예에서 행위자 X인 존스가 자신의 경험에 의한 충격을 반영하면서도 가설 h와 $\sim h$의 우도를 변화시키지 않는 신념도 변화의 함수인 셈이다. 이 식에 따르면, 자연히 $q(e)=0.9$, $q(e/h)=p(e/h)=0.5$, $q(e/\sim h)=p(e/\sim h)=1$의 값들을 얻게 된다. 이는 바로 연립 방정식 (2.3)으로부터 도출된 것이기 때문이다.

그러므로 이 결과만으로 본다면, 이는 불확실한 경험의 충격을 반영하면서도 우도의 불변성을 유지하는 매우 훌륭한 해법으로 보인다. 그럼에도 불구하고 우리는 이러한 결과에 만족할 수 없는 여러 이유가 있다. 이에 관해서는 다음 절에서 상세히 논해 보기로 하자.

3. 우도의 객관성

우도의 불변성과 제프리 조건화 사이의 충돌을 해소하는 박일호 해법의 훌륭함에도 불구하고 그에 만족할 수 없는 첫 번째 이유는 우도의 성격에 대한 불충한 고찰에 놓여 있다. 그의 해법에서 그는 단순히 우도가 불변함을 인정하고 그에 맞춰 신념도 갱신의 식을 새로이 구하고 있을 뿐이다. 하지만 왜 우리가 우도의 불변성을 인정해야만 하는가? 물론 이에 대한 구체적인 대답 없이도 그에 대한 긍정적인 답을 전제로 충돌의 문제를 해결할 수는 있다. 박일호는 바로 이 길을 택한 것이다. 하지만 그러한 물음에 대해 어떤 구체적인 답을 줄 수 있는가를 고려해 그 답에 좀더 적절한 다른 해법이 없는가를 찾는 것이 해당 문제에 대한 좀더 근본적인 해법의 가능성을 열어 줄 것이다. 사실상 박일호의 해법에 만족할 수 없는 여타의 이유들도 근원적으로는 바로 지금의 첫 번째 이유에 연원한다. 그러므로 지금의 이유는 박일호의 해법에 불만족하게 되는 가장 근본적인 이유이다.

그렇다면 우리는 '우도'를 어떻게 이해해야 할 것인가? 이를 위해 먼저 앞서 제2절에서 제시한 리바이의 존스 예를 다시 자세히 살펴보기로 하자. 그 예에서, 리바이가 처음 시각 t에 우도 $p(e/h)$를 결정하게 되는 과정은 다음과 같이 분석 가능하다. 우선, 증거 e는 "[추출된] 그 원반이 푸른색이라는 명제"(the proposition that the [drawn] disc is blue; Levi 1967, p. 200)를 말한다. 반면 가설 h는 문제의 단지 안에 5개의 푸른색 원반과 5개의 녹색 원반이 담겨 있다는 명제에 해당한다. 그러므로 가설 h가 상정하는 확률 분포상에서(즉 해당 단지 내의 원반들의 비율로 볼 때) 푸른색의 어느 한 원반이 무작위로 추출될 (따라서 임의의 한 푸른색 원반이 해당 단지로부터 추출될 확률이 동일하다고 할 경우의) 확률은 0.5에 해당한다. 이 경우 주의할 점은 그렇게 추출되는 원반은 어쨌든 푸른색이라는 점이며, 이에 대해서는 어느 행위자가 실제 그것을 관찰했는가의 여부조차도 무관하다는 점이다. 이를 위해 리바이는 다음과 같은 예를 들고 있다. 예컨대 앞서의 존스는 실제 추출된

8) Park (2009), p, 133에 제시된 식은 다소 잘못된 것으로 보인다. 여기서는 그를 바로잡고, 또한 우리의 기호법을 따랐다.

하나의 원반의 색을 전혀 관찰하지 못했지만, 또 다른 행위자 스미스는 그것을 실제로 관찰했다고 해 보자. 증거와 관련해, 이밖에는 두 사람 모두에게 다른 차이점은 없다고 해 보자. 이 경우에도 역시 두 사람 모두에게 우도 $p(e/h)$는 0.5로 결정될 것이라고 리바이는 주장한다. 그리고 만일 존스와 스미스 사이의 관계에서 사정이 이러하다면, 이제 나아가 시간을 달리해 시각 t와 t'에 동일한 행위자 존스와 존스 사이의 관계에서도 사정이 달리 바뀔 이유는 없다고 리바이는 생각한다. 그러므로 시각 t'에 그의 우도 $q(e/h)$ 역시 그 이전의 $p(e/h)$와 달라질 이유가 없다고 그는 생각한다(ibid., pp. 205-6).

우도의 이와 같은 성격에 대해, 확률을 빈도적으로 해석하는 빈도주의에서라면 매우 자연스럽게 이해할 수 있다. 왜냐하면 문제의 단지 내에 들어 있는 원반들을 모집단으로 하여 그로부터 무작위로 추출되는 한 원반의 상대 빈도가 그것을 관찰하는 사람의 차이나 어떤 시간적인 차이에 의해 달라진다고 볼 이유는 없기 때문이다. 사실상 앞서 제1절에서 언급한, 표준적 통계학에서 제시된 우도는 이러한 빈도주의적 확률 해석에 따른 것이다. 그리하여 이항 분포의 상황에서 리바이의 예의 우도는 $p(e/h)={}_1C_1(5/10)^1(5/10)^0=0.5$와 같이 계산 가능하다. 이제 이처럼 어떤 가설의 우도가 그와 관련된 행위자들의 관찰이나 시간적 차이에 무관하게 일정하게 불변인 성질을 **'우도의 객관성'**(objectivity of likelihood)이라 부르기로 하자. 그렇다면 확률을 주관적으로 해석하는 경우라도 이러한 우도의 객관성을 받아들일 수 있는 것일까?

이에 대해 리바이는 빈도적 확률 해석을 거부하는 드 피네티(de Finetti)와 같은 주관주의자 역시 그러한 우도의 객관성을 받아들이고 있다고 지적한다(ibid., p. 206). 하지만 이에 관해 여기서는 더 이상 논하지 않기로 한다. 다만 제프리와 같은 주관적 베이즈주의자들의 경우 이에 대해 어떻게 반응할 수 있을까?

우선 그 한 가지는, 시각 t에 증거 e에 대한 행위자 X의 신념도와 시각 t'에 신념도가 동일하다고 보는 것이다. 즉 $p(e)=q(e)$로 보는 것이다. 이 경우 $p(h)=q(h)$, $p(h/e)=q(h/e)$라고 하면, 앞서 제1절에서 제시한 두 식 $p(h)=[p(e)p(h/e)]/p(e/h)$와 $q(h)=[q(e)q(h/e)]/q(e/h)$에 따라 우도의 객관성을 유지할 수 있다. 이때라면 $p(e/h)=q(e/h)$가 가능하기 때문이다.

하지만 이 경우라면, 베이즈 인수들을 사용한다 할지라도, 행위자 X의 경험 결과가 신념도 갱신을 초래하지 못한다는 결과에 이른다. X가 새로이 경험하는 바가 바로 이전에 경험한 바와 동일한 경우, 그때의 베이즈 인수는 1이 되기 때문이다.[9] 그러므로 X의 경험의 충격을 반영해 신념도 갱신이 이루어지도록 제프리와 같은 주관적 베이즈주의자들은 $p(e)\neq q(e)$인 경우들을 허용치 않을 수 없다. 그러나 앞서 제1절에서 보인 대로 이는 우도의 객관성과 배치되는 결과로 나아가게 된다. 그렇다면 이때 오히려 $p(e)\neq q(e)$를 주장하고 우도의 객관성에 반대할 수는 없는 것일까? 제프리와 같은 주관적 베이즈주의자들의 입장에서 이것이 가능할 수 있는 한 가지 방안은 지금의 문제 상황을 다음과 같이 해석하는 것이다.

우선, 그들이 생각하는 가설 h의 우도 $p(e/h)$나 $q(e/h)$는—여타의 확률, 즉 $p(h)$나 $p(h/e)$

9) 가버는 지금과 같은 상황에서라도 X의 신념도가 증가할 것이라 주장하였으나(Garber 1980), 이때 베이즈 인수를 적절히 설정한다면 그 값은 1이 된다. 예컨대 맨 처음 관찰에 의한 경험을 ϵ라 하고, 신념도 함수 p로부터 q로의 갱신 과정에서 그 베이즈 인수를 구하면 $\beta_p^q(e:\sim e)=p(\epsilon/e)/p(\epsilon/\sim e)$ 를 얻게 된다. 그런데 여기서 다시 동일한 경험의 충격이 가해진다면, 신념도 함수 q로부터 r로의 갱신 과정에서 해당 베이즈 인수 $\beta_q^r(e:\sim e)=q(\epsilon/e)/q(\epsilon/\sim e)=p(\epsilon/\epsilon e)/p(\epsilon/\epsilon\sim e)=1$을 얻게 된다. 즉 동일한 경험의 충격이 반복될 때에는 맨 처음의 경험의 충격 이외에는 실제로 베이즈 인수의 값을 변화시킬 만한 요인은 발생하지 않는다. 이에 관한 좀더 상세한 논의를 위해서는 Wagner (2002), pp. 273-4; Hawthorne (2004), p. 110; 전영삼 (2016), pp. 57-9 참조.

와 마찬가지로—각기 하나의 ‘주관적’ 확률로서, 문제의 가설이 주어진 경우 해당 증거 명제가 나타내는 사건이 나타날 법한 조건부의 ‘주관적’ 신념도에 해당한다는 점에 주의하자. 이렇게 본다면, 위의 우도들은 각기 우리가 이미 별도로 알고 있는 것들, 곧 흔히 우리가 ‘배경 지식’이라 부르는[10] 것들 속으로 새로이 가설 h가 부가되는 상황에서 우리가 해당 증거 명제를 얼마나 믿게 되는가를 보여 줄 따름이다. 그리고 여기에 다시 행위자 X가 받은 경험의 충격이 부가되는 셈이다. 그러므로 이 경우라면, 그처럼 부가된 새로운 지식이나 정보에 의해 배경 지식이 변화되었고, 이로써 e에 대한 주관적 조건부 확률 역시 변화되지 않을 특별한 이유가 없는 것으로 보인다. 사실상 이것이야말로 바로 앞서 제1절에서 언급했던 하퍼와 카이버그의 견해이다.

> 시각 t'에, e에 대한 확률 부여에 직접 영향을 미치는 방식으로 배경 정보가 변화한 것이다. 그 동안 [확실하게] 채택된 어떠한 새로운 증거도 없었지만, 그럼에도 불구하고 시각 t'에 존스가 $q(e)$=0.9의 확률을 부여하는 일을 정당화할 만큼의 관찰은 충분히 이루어진 것이다. 따라서 이와 같은 배경 정보와, h가 [확실하게] 채택된 것으로 가정할 때, e의 확률이 0.5라고 가정하는 것이 [오히려] 불합리할 것이다. 하지만 이것이야말로 누군가가 $q(e/h)$=0.5라고 주장할 경우 가정하는 바로 그것이며, 이는 [문제의 원반을] 추출하는 일이 ‘무작위적인’ 것이라 보는 리바이의 주장과 정면으로 충돌하고, 이는 당연하다. 사실상 우리는 그 원반이 해당 단지로부터 추출된 원반들의 집합에서 푸른색과 관련해 무작위적으로 추출된 어느 하나가 될 수 없는 이유를 말할 수 있다. 이 경우 우리는 그 원반에 관해 그것이 해당 단지로부터 추출되었다는 것 **이상**을 알게 되었기 때문이다. 우리는 그것을 흘낏 보았을 때 그것이 푸른색으로 보였다는 점을 알고 있는 것이다. 이처럼 흘낏 본 것만으로도 우리가 그 원반이 푸른색이라는 명제에 0.9의 확률을 부여하는 일을 정당화하는 데 충분하다. 따라서 그렇게 흘낏 본 것만으로도 우리는 h와 $\sim h$만이 제공하는 통계적 정보를 넘어설 수 있게 되는 것이다.[11]

하지만 이러한 일이 좀더 일반적으로 가능한 일일까? 그렇지 않다는 것은 다음과 같은 간단한 예로도 쉽사리 알 수 있다. 예컨대 어느 주사위의 ‘1’의 눈이 나올 확률이 그 주사위의 대칭적 구조상 1/6이 될 것이라는 가설을 h라 해 보자. 그리고 이제 실제로 그 주사위를 5번 굴려 모두 5번 남김없이 1의 눈이 나왔고(e), 나아가 그를 우리가 현재 ‘확실히 알게 되었다’고 가정해 보자. 즉 $q(e)$=1이라 해 보자. 이 경우 만일 이를 인정한다 할지라도, 처음의 우도 $p(e/h)={}_5C_5(1/6)^5(5/6)^0=(1/6)^5$를 새로운 우도 $q(e/h)$=1로 바꾸는 일은 분명 부당해 보인다.[12] 왜냐하면 이때 우리가 단순히 5번 모두에서 해당 주사위의 1의 눈이 나타났음을 알게 되었다 할지라도 그것이 곧 그 주사위의 대칭 구조에도 불구하고 해당 증거의 대한 우리의 확률을 1로 바꿀 만한 것이라 볼 수는 없기 때문이다. 물론 5번의 시행에서 모두 1의 눈이 나왔다는 점은 해당 가설을 의심해 볼 만한 실마리는 될 수 있을지 모른다. 하지만 여기서 중요한 문제는, 우리가 그러한 사실을 ‘확실하게 알게 되었다’는 사실만으로 지금의 우도를 변화시키기는 어렵다는 점이다. 이러한 점은, 5번의 시행이 아니라 단 한번의 시행에

---

10) Harper & Kyburg (1968), p. 248에서는 이를 “배경 정보”(background information)라 부르고 있다. 이는 아마도 행위자 X에게 주어지는 새로운 정보들이 확실하지 않고 불확실한 경우도 있기에 붙은 명칭으로 여겨진다. 이때라면, 문제의 ‘정보’를 ‘지식’이라 부르기는 어렵기 때문이다. 하지만 여기서는 이러한 구별은 무시하기로 한다.

11) Ibid., pp. 249-50, 강조 원문. 단, 여기서는 우리의 맥락에 맞게 기호들을 변경하였다.

12) 이러한 예에 관해서는 Hawthorne (2005), p. 290 참조. $p(h)=q(h)$, $p(h/e)=q(h/e)$라 할 때, 베이즈의 정리에 따라, 우도 $p(e/h)$와 $q(e/h)$의 비는 $p(e)$와 $q(e)$의 비와 동일하다.

서일지라도 1의 눈의 나왔음을 우리가 확실히 알게 된 경우, 하퍼와 카이버그식으로는 그 우도가 여전히 1이라는 점에서 좀더 분명하게 드러난다. 그렇다면 하퍼와 카이버그식의 관점에서 무엇이 잘못되었는가?

사실 통계의 실제에서 우도를 사용하는 이유는, 우리가 어떤 가설 h를 상정하는 경우 그러한 '가설이 경험적으로 말해 주는 바'가 무엇인가를 확률적으로 표현하기 위함이다. 즉 해당 가설이 경험적 현상에 관해 확률적으로 함축하는 바가(물론 극단적으로는 연역적으로 함축하는 바가) 무엇인가를 보여 주기 위함이다. 그러므로 이 자체로는 그 값이 개인의 어떤 또 다른 신념도의 변화에 따라 좌우될 이유가 전혀 없어 보인다. 또 사실상 그 값이 그처럼 좌우된다면, 해당 연구자들이 실제의 현장에서 실험이나 관찰 결과를 객관적으로 보고할 어떠한 공통의 기반도 유지하기 어려워 보인다. 예컨대 의료 분야에서 다음과 같은 예를 생각해 보기로 하자. 노르웨이 오슬로 대학교로부터 생성된 한 기사에 따르면, 폐암을 진단하는 데 있어 X-레이를 통한 진단이 올바른 경우는 단지 18%인 반면, 초저선량(ultralow-dose) CT를 통한 진단의 경우에는 그러한 경우가 89%로 높다는 보고가 있다.[13] 만일 이와 같은 통계 자료가 보여 주는 확률 분포에 대한 가설을 각기 h_{X-ray}와 h_{CT}라 하고, 어느 새로운 양성 결과 각각을 증거 e_+과 e_+'라 하면, $p(e_+/h_{X-ray})$와 $p(e_+'/h_{CT})$가 각기 X-레이 진단에 의한 양성 결과와 CT 진단에 의한 양성 결과에 대한 폐암 가설의 우도를 보여 주며, 이 각각의 값은 0.18과 0.89이다. 이 값들은 X-레이에 의한 폐암 진단의 위험성과 동시에 CT에 의한 폐암 진단의 효과를 객관적으로 보여 주고 있는 셈이다. 이 경우 어느 환자에 대한 암 진단자의 개인적 관찰 결과에 대한 주관적 신념도가 이러한 수치에 영향을 미친다고 보기는 어려우며, 만일 그렇게 된다고 가정한다면 그러한 수치를 의료인들이 객관적 자료로 사용하기도 매우 어려울 것이다.

물론 이와 같은 현상적 사실만으로 우도의 객관성을 정당화할 수는 없다. 그럼에도 불구하고 이러한 사실은 우도를 그처럼 사용하는 사람들의 관점을 시사해 준다. 곧 우도 $p(e/h)=r$을 어떤 행위자의 변화할 수 있는 주관적 신념도로 보는 대신 그 자체 객관적으로 테스트되어야만 할 별도의 한 가설로 보는 것이다.[14] 사실상 앞서 제1절에서 소개한, 빈도주의적 통계 처리 과정에서 우도비 검정은 바로 이와 같은 테스트의 하나인 셈이다. 만일 이와 같은 관점에서 본다면, 위의 주사위 예에서 그 주사위를 5번 굴려 모두 남김없이 1의 눈이 나왔음을 우리가 확실히 알고 있다 할지라도 우도 $q(e/h)$를 여전히 $p(e/h)=(1/6)^5$로 유지하는 것이 오히려 정당해 보인다. 물론 이때의 시행 결과가 문제의 가설 h를 의심해 볼 만한 실마리가 될지는 모르나, 이는 별도로 테스트되어야 할 문제일 따름이다.

그러므로 사실 우도비 검정과 같이 우도를 사용하는 통계의 영역 내에서라면 어느 증거에 대한 관찰자의 신념도를 $q(e)=1$로 보고 테스트가 이루어지는 것이 보통이다. 하지만 이 경우 $q(e)<0$라도 문제될 것은 별로 없다. 이때라도 앞서의 우도의 객관성에 따르면, 해당 우도가 변화할 까닭은 전혀 없기 때문이다. 다만 이 경우라면 우리의 경험이 증거 명제 e를 받아들이기에 '충분한가'만이 문제될 따름이다. 만일 그처럼 충분하다면, 우도의 객관성을 유지하면서도 그에 대한 테스트가 충분히 이루어질 수 있기 때문이다. 그러나 이때의 '충분함'을 어떻게 결정할 수 있을 것인가? 불행히도 빈도주의자들은 지금까지는 이와 같은 문제

13) "Lung cancer is rarely detected by current X-ray examinations," *ScienceNordic*, 2014.09.16, http://sciencenordic.com/lung-cancer-rarely-detected-current-x-ray-examinations.

14) 이와 같은 관점은, '우도'라는 말로써 직접적으로 언급되지는 않았지만, 객관적 확률을 논하는 과정에서 포퍼에 의해서도 제시된 바 있다(Popper 1983, Part Ⅱ, Ch. Ⅱ 참조).

에 대해 특별한 주의를 기울이지 못한 것으로 보인다. 반면 제프리와 같은 주관주의자들은 우리 경험의 확실성 여부에 관심을 가지긴 하였으나, 과연 이와 같은 문제에 제대로 답할 수 있는가는 별도의 문제이다.

이 문제는 이후 우리가 중요하게 다루게 될 문제이나, 여기서는 먼저 앞서 제2절에서 소개했던 박일호의 해법을 다시 생각해 보기로 하자. 그 해법의 핵심은, 증거 명제 e에 대한 처음의 신념도 $p(e)$가 이후 경험의 충격에 의해 새로운 신념도 $q(e)$로 바뀐 경우, 그러한 신념도의 변화 과정에 중간적인 신념도 함수 c를 설정하고, 그것들 사이에 적절한 베이즈 인수들을 고려하다면, 우도의 객관성을 인정하면서도 가설 h에 대한 신념도 변화에 대한 베이즈주의적 규칙을 제시할 수 있다는 것이었다. 하지만 여기에는 여러 가지 의문점이 제시될 수 있다.

첫째, $p(e)$로부터 $q(e)$로 변화함에 따라 가설 h에 대한 신념도 $p(h)$를 $q(h)$로 갱신함에 있어 우도의 객관성을 유지하는 이유는 무엇인가? 적어도 Park (2009)에서는 이에 관한 의문도 제기되지 않았고, 그에 대한 답도 제시된 바 없다. 그는 단지 그것을 인정하고 가정하고 있을 뿐이다. 하지만 나는 적어도 일관성 면에서 제프리와 같은 주관주의자들은 이러한 물음에 제대로 답하기 어려울 것이라 생각한다. 왜냐하면 앞서 언급한 대로 여타의 확률들을 주관적으로 결정하는 관점에서라면 왜 우도만을 굳이 객관적으로 결정되는 것으로 보아야만 하는 것일까? 그들의 일관적 관점에서라면 오히려 이에 관한 하퍼와 카이버그식의 견해가 더 올바른 것으로 보인다.

둘째, 박일호의 해법에서 중간적인 신념도 함수 c는 문제 해결을 위해 필수적인 것이긴 하나, 그 자체의 설정은 단지 가상적일 뿐이다. 처음의 신념도 함수 p로부터 시작해 어떤 경험의 충격에 의해 신념도를 갱신하는 과정에서, 만일 p로부터 c로의 갱신을 인정한다 할지라도, 그 c로부터 q로의 갱신은 완전히 임의적일 뿐이다. 이 경우, c로부터 q로의 변화에서 앞서의 경험의 충격에 의한 신념도 변화의 간접적 영향에도 불구하고 그를 처음으로 되돌리는 갱신을 가능케 하는 근거는 과연 무엇인가? 이는 오로지 우도의 객관성을 인정한 상태에서 처음 $p(h)$와 나중 $q(h)$를 적절히 조절하기 위한 하나의 방편일 따름이다.

셋째, 앞서 존스의 예를 다시 보기로 하자. 그 예에서 만일 존스가 주변의 매우 흐린 불빛 때문에 $q(e)$=0.1 정도로 처음의 신념도보다 e에 대해 오히려 한층 더 낮은 신념도를 갖게 되었다고 해 보자. 만일 박일호의 해법에서라면, 이 경우일지라도 우도의 객관성을 유지한 채 여전히 h에 대한 신념도를 갱신하지 않을 이유가 없다. 하지만 이것이 합리적인 일일까? 이때라면 그처럼 e에 대해 낮은 신념도를 갖게 된 까닭이 존스의 경험 능력보다는 그의 경험시 주변 환경 탓이라고 해야만 할 것이다. 그렇다면 이때 오히려 그렇게 얻어진 경험 사례에 의해 그대로 h에 대한 신념도를 갱신하기보다는 차라리 그러한 사례를 버리는 것이 더 합리적이지 않을까? 예컨대 암이 의심되는 어느 환자에 대한 테스트 샘플이 주변 환경 탓으로 거의 판독이 불가능한 상황에서 그에 대한 낮은 신념도로써 여전히 그가 암에 걸렸을 것이라는 가설에 대한 신념도를 낮추는 일은 합리적이지 않을 것으로 보인다. 이 경우라면 오히려 해당 샘플을 버리거나, 아니면 더 나은 주변 환경에서 재검사를 하는 게 더욱 합리적일 것이다. 하지만 문제는 박일호의 해법에서는 이와 같은 것을 구별할 별도의 이유를 제공하지 않는다는 점이다.

그러므로 이상의 측면에서 본다면, 박일호의 해법은 그 훌륭한 아이디어에도 불구하고 아직은 충분한 정당성을 확보하지 못한 임시방편적인 것일 따름이다. 그렇다면 이제 그러한 정당성을 확보하고 이상의 문제를 해소할 대안은 없는 것인가? 이러한 문제에 대해서는 다

음 절에서 상세히 논해 보기로 한다.

4. 영점 조정과 객관적 테스트의 근거로서의 증거

주관적 베이즈주의자들은 전통적으로 신념도 갱신의 규칙으로서, 앞서 1절에서 언급한, 베이즈 조건화 규칙 BC을 받아들이고 있다. 그리고 이를 과학적 가설의 입증을 해명하는 데에도 적용하려 한다. 하지만 이 경우 곧바로 해명되기 어려운 여러 문제에 부딪친다는 사실은 잘 알려져 있다.[15] 그 중에서도 가장 심각한 것은 이른바 '오래된 증거의 문제'이다. 곧 어떤 과학적 가설이 제안되기 이전에 이미 확실하게 알려져 있는 증거에 대해서는 BC의 단순 적용만으로는 그것이 해당 가설에 대해 증거 역할을 함을 제대로 밝힐 수 없다는 것이다. 이 경우 $p(e)$=1일뿐만 아니라, 주관주의의 관점에서는 이에 의해 우도 역시 $p(e/h)$=1이 되므로, 식 (1.1) 따르면 $q(h)=p(h/e)=p(h)$이 되어, 문제의 증거에도 불구하고 가설 h에 대한 확률에 아무런 변화도 초래되지 않기 때문이다.

이와 같은 문제에 관해서는 지금까지 여러 해법이 있어 왔다.[16] 그러나 그 문제의 해법으로서 나는 랜지의 해법에 동의한다. 무엇보다 그의 해법은, 다른 해법에서와는 달리, 우리가 주목하는 우도의 객관성을 인정하면서도 그 문제를 매우 단순 명료하게 해소할 수 있는 장점이 있는 것으로 보이기 때문이다. 그의 해법의 핵심은, BC를 단순히 신념도 갱신의 규칙으로만 보는 대신, 현재의 우리 신념도를 정당화는 논증의 각 단계를 규율하는 규칙으로도 보자는 것이다.

후자의 역할을 이해하기 위해, 먼저 그가 즐겨 드는 예[17]를 사용하여 다음과 같이 설명해 보기로 하자. 예컨대 어느 기상 예보관이 내일 눈이 내리지 않고 비가 내릴 것이라는 가설 h에 대해 갖고 있는 그녀의 현재 신념도가 0.8이라고 해 보자. 그녀는 이와 같은 현재의 신념도를 어떻게 정당화할 수 있을까? 물론 이를 위해 그녀는 처음에는 해당 가설에 대해 어떤 사전 확률의 값을 부여함으로써 시작할 것이다. 예컨대 $p_0(h)$=0.2와 같은 식이다.[18] 하지만 그 다음부터는 지금까지 자신이 확보한 여러 경험적 증거들을 차례로 제시함으로써 어떻게 가설 h에 대한 자신의 현재 신념도 0.8에 이르게 되었는가를 보여 주려 노력할 것이다. 예를 들어 그 첫 번째 증거 e_1으로서 오늘의 기압이 29(torr)라는 사실을 제시한다고 해 보자. 이 증거에 의해 그녀는 가설 h에 대한 자신의 신념도가 예컨대 $p_1(h)$=0.6으로 어떻게 변화했는가를 정당화하려 노력할 것이다. 그리고 다시 새로운 증거 e_2, 즉 오늘의 최고 기온이 16도라는 사실에 의해 가설 h에 대한 신념도가 $p_2(h)$=0.7로 변화했음을 정당화하려 노력하고, 이러한 방식으로 계속해 마침내 그녀의 현재 신념도인 $q(h)$=0.8에 이르렀음을 정당화하려 노력할 것이다.

하지만 이 경우 각 단계마다 그녀는 어떻게 자신의 신념도를 정당화할 수 있는 것일까? 이를 위해 랜지가 생각하는 바는 다음과 같다. 그녀는 우선 자신의 가설 h와 연관해 유사한 가설들 가운데 이미 참으로 밝혀진 가설들의 상대 빈도(또는 그러한 상대 빈도의 극한치)를

---

15) 관련 논의를 위해서는 Earman (1992), ch. 5 참조.

16) 예컨대 Garber (1983); Howson & Urbach (1993), pp. 403-8; Wagner (1997); Jeffrey (2004).

17) Lange (1999), pp. 303-4, 310-1, 319-20 참조.

18) 지금의 경우, 이와 같은 사전 확률을 어떻게 부여하는가는 물론 여기서는 본질적인 문제가 아니다.

알 수 있다고 본다. 여기서 말하는 '연관해 유사한'(relevantly similar) 가설이란, 바로 그 전날 기압이 29(torr)였고, 최고 기온이 16도였으며, … 등등으로 가설 h에 대한 예보관 자신의 의견에 근거가 될 만한 모든 면에서 유사한 어떤 날에 대한 가설을 뜻한다. 그리하여 이제 가장 먼저 기압과 관련해 이처럼 문제의 가설 h와 연관해 유사한 가설들 가운데 참인 가설들의 상대 빈도가 r이라고 해 보자. 다시 말해 전날 기압이 29(torr)였던 다음 날들로서 실제 눈이 아닌 비가 내린 날의 상대 빈도가 r이라고 해 보자. 그렇다면 랜지의 생각에, 바로 이와 같은 r의 값에 예보관의 신념도가 일치되도록 할 때 그녀의 신념도는 정당화될 수 있다는 것이다. 곧 $p_1(h)=r$(예컨대 0.6)로 삼는 것이다. 만일 그렇지 않다면, 지금의 단계에서 그녀의 신념도는 어떻게 정당화될 수 있는 것인가? 만일 그녀의 그 신념도가 $r=0.6$보다 낮다면, 그녀는 실제 상황에서 우리가 기대할 수 있는 것보다 훨씬 더 소심하게 신념도를 결정한 것이다. 만일 그녀의 그 신념도가 $r=0.6$보다 높다면, 그녀는 실제 상황에서 우리가 기대할 수 있는 것보다 지나치게 신념도를 결정한 것이다. 그러므로 바로 이처럼 그녀의 신념도가 $r=0.6$에 꼭 맞게 결정되었을 때, 랜지는 이 단계에서 그녀의 신념도가(또는 이 단계에서 그녀의 정당화 논증에서 한 중간 결론이) "완전히 영점 조정되었다"(perfectly calibrated)고 말한다.[19] 이하 단계의 신념도 $p_2(h)$, $p_3(h)$, … 등에 대해서도 마찬가지로 말할 수 있다.

그런데 이때 이러한 방식으로 정해지는 신념도 $p_1(h)$와 그 이전의 신념도 $p_0(e_1)$, $p_0(e_1.h)$는 각기 다음과 같다.

$$(4.1)\quad p_1(h) = \frac{h\text{와 연관해 유사한 가설들의 집합 } S\text{내에서}, e_1\text{과 유사한 증거를 가지며 참인 가설들의 수}}{S\text{ 내에서}, e_1\text{과 유사한 증거를 갖는 가설들의 수}}$$

$$p_0(e_1) = \frac{S\text{내에서}, e_1\text{과 유사한 증거를 갖는 가설들의 수}}{S\text{ 내의 전체 가설들의 수}}$$

$$p_0(e_1.h) = \frac{S\text{내에서}, e_1\text{과 유사한 증거를 가지며 참인 가설들의 수}}{S\text{ 내의 전체 가설들의 수}}$$

그렇다면 쉽사리 알 수 있듯, 이 경우 이들 사이에는 $p_1(h)=p_0(e_1.h)/p_0(e_1)=p_0(h/e_1)$의 관계가 성립하고, 이것은 곧 BC에 해당한다. 이는 자신의 증거를 기반으로 차례로 영점 조정을 해 나아가는 예보관은 그처럼 자신의 신념도를 정당화해 나아가는 각 단계마다 자연히 BC를 따르게 된다는 의미이다. 그러므로 이러한 정당화의 과정에서 BC를 거듭 사용하게 된다면, 그녀는 마침내 h에 대한 자신의 현재 신념도 $0.8=q(h)$에 이르러, 그것이 결국 어떻게 정당화되는가를 보여 주게 되는 셈이다. 이처럼 정당화 논증을 규율하는 규칙으로서 BC를 사용하는 경우 오래된 증거의 문제가 사라짐은 쉽사리 알 수 있다. 문제의 '오래된 증거'가 이미 확실하게 알려진 것일지라도 그것이 새로이 우리의 신념도를 갱신하는 데 사용되는 대신 현재 우리의 신념도를 정당화하는 데 사용되는 한, 그것이 이미 오래전에 알려진 것이냐 아니냐는 전혀 문제되지 않기 때문이다.

하지만 이와 같은 랜지의 견해가 우도의 객관성과는 어떻게 관계되는 것인가? 적어도 Lange (1999)에서는 이 점에 관해서는 명시적으로 언급되고 있지 않다. 그럼에도 불구하고 그의 견해에 대한 이상의 설명으로부터 이에 대해 해명하는 일은 어렵지 않다. 우선 $p_0(h)$

---

19) 만일 상대 빈도가 아닌 상대 빈도의 극한치에 대해 이러할 때에는 "잠재적으로 완전히 영점 조정되었다"(potentially perfectly calibrated)고 말한다.

에 대해서는 다음과 같은 식이 가능하다.

$$(4.2)\ \ p_0(h) = \frac{S\text{내에서, 참인 가설들의 수}}{S\text{내의 전체 가설들의 수}}$$

그렇다면 증거 e_1에 대한 가설 h의 우도 $p_0(e_1/h)$에 대해서는 위의 (4.1)과 (4.2)을 이용하여 다음과 같은 식이 가능하다.

$$(4.3)\ \ p_0(e_1/h) = \frac{S\text{내에서, } e_1\text{과 유사한 증거를 가지며 참인 가설들의 수}}{S\text{내에서, 참인 가설들의 수}}$$

$$= \frac{S\text{내에서, } e_1\text{과 유사한 증거를 가지며 참인 가설들의 수}}{S\text{내의 전체 가설들의 수}} \Big/ \frac{S\text{내에서, 참인 가설들의 수}}{S\text{내의 전체 가설들의 수}}$$

$$= p_0(e_1.h)/p_0(h)$$

여기서 중요한 점은, 이렇게 얻어진 우도 $p_0(e_1/h)$ 역시 정당화 논증을 통해 영점 조정된 것이며, 따라서 이 역시 행위자의 주관이나 여타의 것에 의해 임의로 변화될 수 없다는 점이다. 이렇게 결정되는 우도를 정당화시켜 주는 객관적인 우도는 사실상, 앞서 제3절에서 예시한, X-레이 진단에 의한 양성 결과와 CT 진단에 의한 양성 결과 각각에 대해 폐암 가설의 우도가 결정되는 방식과 동일하다.

Hawthorne (2005)에서 호손은 우도를 두 가지 개념으로 구별한 바 있다. 신념도로서의 우도(degree-of-belief likelihood)와 지지도로서의 우도(degree-of-support likelihood)이다. 이 구별에 따르면, 앞서 우리가 주관주의자들이 생각하는 우도라 본 것은 전자에, 그리고 객관적 우도라 본 것은 후자에 해당한다. 호손 자신은 명시적으로 언급한 바 없지만, 여기서 후자에 대해 '지지도'라는 말을 쓴 까닭은 다음과 같이 여겨진다. 사실 호손이 생각하는 지지도는 기본적으로 카르납식의 논리적 확률로 해명될 수 있는 개념이다. 그런데 그와 같은 카르납식의 논리적 확률에 따를 때, 앞서 우리가 제시한 객관적 우도란, 어떤 모집단으로부터 그로부터 추출된 하나의 표본으로 나아가는 이른바 '직접 추론'(direct inference)에 대한 논리적 확률로, 이 확률의 값은 우리가 말한 객관적 우도와 동일하다.[20]

아닌 게 아니라 호손은 우도에 대한 위와 같은 구별을 기반으로, 앞서 소개한 랜지의 견해를 받아들인다. 다만, 랜지와는 달리, 그는 주어진 여러 증거들 하나하나를 일일이 단계적으로 영점 조정해 나아가는 대신 그를 한꺼번에 행하는 일도 가능하다고 생각했다. 그러므로 이 경우, 그는 기상 예보관과 같은 행위자가 자신의 현재 신념도를 정당화하기 위해 그녀가 가용할 수 있는 모든 증거들을 한꺼번에 영점 조정하는 일이 가능하다고 본다. 그는 어느 행위자의 이와 같은 일을 '정렬'(alignment)이라 부른다. 그러므로 그의 정렬 방식에 따르면, 앞서 랜지와 관련한 예보관의 사례에 대해 모두 n개의 증거를 가정할 경우, 우리는 다음과 같은 정렬의 방식을 제시할 수 있다.[21]

20) Carnap (1950), §94, 특히 +T94-1 참조.

21) Hawthorne (2005)에서는 이와 관련해 단순히 증거들 이외에 그러한 증거들을 낳는 관찰이나 실험 조건, 그리고 배경 지식까지를 포함한 좀더 일반적인 식을 제시하고 있다. 그러나 지금의 우리 논의에서는 이는 본질적이지 않다. 여기서는 우리의 사례에 맞게 식을 단순화하고 기호법을 수정하였다. 이하 호손의 논의와 관련해서는 이와 마찬가지이다.

(4.4) $q(h) = p_{n-1}(h/e_n) = p_0(h/e_1.e_2.\ldots.e_n)$

물론 지금의 식 (4.4)나, 앞서 랜지가 정당화 논증을 위해 사용한 BC는 해당 증거들에 대해 우리가 그것을 모두 확실히 알고 있음을 전제로 한 것이다. 하지만 제프리가 주장하듯, 증거에 대해 우리가 확실히 알지 못하는 경우라면 어떻게 할 것인가? 이 경우일지라도 호손은 다음과 같은 방식으로 정렬이 가능하다고 생각한다(아래의 식에서 '$\sum_{\{e_n\}}$'는 문제의 합이 e_n과 해당 분할 집합 내의 다른 원소들에 걸쳐 있음을 뜻한다).

(4.5) $q(h) = \sum_{\{e_n\}} p_{n-1}(h/e_n)q(e_n)$

이는 물론 외형적으로는 앞서 제1절에서 제시했던 제프리의 (JC)의 일반화된 형태일 뿐이다. 하지만 중요한 점은, 이때 우변에 주어진 신념도 $p_{n-1}(h/e_n)$는 어디까지나 정렬된 것이라는 점이다. 그런데 이때 위의 식 (4.4)에 따르고 1절에서의 베이즈 정리 (1.1)을 이용할 경우, 다음과 같은 식이 가능하다.[22]

$$\begin{aligned}\text{(JCAL)}\ q(h) &= \textstyle\sum_{\{e_n\}}\cdots\sum_{\{e_1\}} p_0(he_1\ldots e_n)\times[p_1(e_1)/p_0(e_1)]\times\ldots\times[q(e_n)/p_{n-1}(e_n)] \\ &= p_0(h)\times\textstyle\sum_{\{e_n\}}\cdots\sum_{\{e_1\}} p_0(e_1\ldots e_n/h)\times[p_1(e_1)/p_0(e_1)]\times\ldots\times[q(e_n)/p_{n-1}(e_n)]\end{aligned}$$

이 식은 바로, 한편으로는 객관적 우도나 지지도로서의 우도 $p_0(e_1\ldots e_n/h)$를 일정하게 유지하면서도, 다른 한편으로는 ($p_1(e_1)$, ⋯, $q(e_n)$로 표현된) 불확실한 증거에 의해 신념도를 갱신하는 새로운 제프리 조건화 식이 어떻게 가능한지를 보여 주는 셈이다. 여기서는 행위자마다 자신의 경험에 의해 $p_1(e_1)$, ⋯, $q(e_n)$이 서로 다르다 할지라도, 그에 영향 받지 않고 그들 모두의 우도 $p_0(e_1\ldots e_n/h)$는 동일하다 할 수 있다. 게다가 시간의 흐름에 따른 신념도의 갱신에도 불구하고 $p_0(e_1\ldots e_n/h) = q(e_1\ldots e_n/h)$이다. 그러므로 이는 하나의 탐구 공동체 내에서 그 구성원들이 공유하는 하나의 객관적인 정보가 될 것이다.

이제 만일 우리가 이상의 랜지와 호손의 관점과 전략에 동의한다면, 앞서 3절의 말미에서 박일호의 해법에 대해 제시했던 세 가지 문제점 중 처음 두 가지는 쉽사리 사라진다. 그 각각을 차례로 살펴보기로 하자.

첫째, 박일호는 $p(e)$로부터 $q(e)$로 변화함에 따라 가설 h에 대한 신념도 $p(h)$를 $q(h)$로 갱신함에 있어 우도의 객관성을 유지하는 이유를 별도로 제시하지 않았다. 하지만 우리는 이제 그 이유를 분명히 제시할 수 있다. 이 경우, 우리는 문제의 우도가 단순히 하나의 주관적 신념도를 표현하고 있는 것이 아니라 오히려 다른 주관적 신념도들을 정당화시켜 주는 하나의 기준으로 작용하는 것으로 볼 수 있기 때문이다. 물론 (앞서 언급한 대로) 그 기준

22) 앞서의 (JC)는 (JCAL)에서 분할 집합 $\{e_1, \sim e_1\}$에 한정된 것으로 볼 수 있다. 기호를 일치시키기 위해 $\{e_1, \sim e_1\}$을 단순히 $\{e, \sim e\}$로 두고 함수 p_0를 p로 두면, (JCAL)로부터 다음과 같이 (JC)를 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned}q(h) &= p(h)\times\textstyle\sum p(e/h)\times[q(e)/p(e)] \\ &= p(h)\times\left[p(e/h)\times\frac{q(e)}{p(e)} + p(\sim e/h)\times\frac{q(\sim e)}{p(\sim e)}\right] \\ &= p(h/e)q(e) + p(h/\sim e)q(\sim e)\end{aligned}$$

역시 그 자체 하나의 가설로서 별도로 테스트되어야 할 그 무엇이지만, 그러한 테스트에 의해 유지될 수 있는 한, 그것은 단순히 서로 다른 주관적 신념도에 의해 변화될 수 있는 것이 결코 아니다.

둘째, 박일호의 해법에서 중간적인 신념도 함수 c는 문제 해결을 위해 필수적이었으나, 그 자체의 설정은 단지 가상적일 뿐이었다. 이는 오로지 우도의 객관성을 인정한 상태에서 처음 $p(h)$와 나중 $q(h)$를 적절히 조절하기 위한 하나의 방편일 따름이었다. 하지만 이제 우리는 그러한 방편적 함수를 별도로 설정할 필요를 느끼지 않는다. 위의 (JCAL)에 따르면, 정당화 논증 내에서의 우도는 그 자체로 불변적으로, 이와 같은 우도와, 행위자의 경험적 충격 결과를 반영한 $q(e)$를 직접 연결해 주면 될 따름이다. 사실상 박일호가 자신의 해법에서 따로 중간적인 함수 c를 설정할 수밖에 없었던 이유는, 그는 명시적으로 밝힌 바 없지만, 결국엔 그 자신 암암리에 우도를 주관주의적으로 파악하고 있었기 때문일 듯하다. 그러한 관점에서 볼 때 증거 명제에 대한 신념도 변화는 우도에도 변화를 초래하고, 이처럼 변화된 우도를 불변의 상태로 되돌리기 위해서는 불가피하게 함수 c를 설정할 수밖에 없었던 셈이다. 이 점에서 보자면, 박일호는 자신의 해법에서 우도의 불변성을 전제하는 이유에 대해 사실 단순히 언급을 하지 않았다고 보기보다 차라리 하기 어려웠을 것으로 보는 것이 나을 듯하다.

박일호의 해법에 비해 랜지와 호손의 해법이 갖는 이상의 이점들에도 불구하고, 하지만 나는 아직 랜지와 호손의 대안이 충분치 않다고 생각한다. 그 까닭은 앞서 박일호의 해법에서 볼 수 있었던 세 가지 문제점들 가운데 세 번째와 관련되어 있다. 그 문제에서, 우리는 예의 존스가 주변의 매우 흐린 불빛 때문에 $q(e)$=0.1 정도로 처음의 신념도보다 e에 대해 오히려 한층 더 낮은 신념도를 갖게 된 경우를 가정해 보았다. 이때라면 그처럼 e에 대해 낮은 신념도를 갖게 된 까닭이 존스의 경험 능력보다는 그의 경험시 주변 환경 탓이라고 해야 할 것이다. 그런데 이 경우 만일 박일호의 해법에서라면, 이처럼 문제성 있는 경험의 결과와 관련해서일지라도 우도의 불변성을 유지한 채 여전히 h에 대한 신념도를 갱신하지 않을 이유가 없다. 이는 매우 불합리해 보인다. 하지만 이 점에서라면, 사실 랜지나 호손의 해법 역시 그 자체로는 마찬가지라 여겨진다. 위의 (JCAL)을 볼 때, 우도의 객관성은 유지되나, $q(e)$ 자체에는 아무런 제약도 두고 있지 않기 때문이다.

그러나 e에 대해 낮은 신념도를 갖게 된 까닭이 어떤 행위자의 경험 능력보다는 그의 경험시 주변 환경 탓이라 한다면, 이때에는 오히려 그렇게 얻어진 경험 사례에 의해 그대로 h에 대한 신념도를 갱신하기보다는 차라리 그러한 사례를 버리는 것이 더 합리적으로 보인다. 예컨대 앞 절에서 소개했던 폐암 진단의 사례에서, 만일 어느 환자에 대한 X-레이나 CT의 양성 결과가 주변 환경이나 진단 기구의 불량 탓으로 거의 판독이 불가능한 상황에서 매우 불확실하게 나온 것이라면, 그에 대한 낮은 신념도에도 불구하고 그를 이용해 여전히 그가 폐암에 걸렸을 것이라는 가설에 대한 신념도를 낮게 갱신하는 일은 불합리하다. 이 경우라면 오히려 해당 샘플을 버리거나, 아니면 더 나은 조건에서 재검사를 하는 게 더 합리적일 것이다.

나는 박일호뿐 아니라 랜지나 호손 역시 이러한 점을 제대로 확인하지 못한 이유가 객관적으로 주어지는 우도가 그 자체 하나의 가설로서 객관적으로 테스트될 필요가 있는 대상이라는 점을 분명히 깨닫지 못한 탓이라 생각한다. 객관적으로 주어지는 우도가 그 자체 하나의 가설이라는 점에 관해서는 앞서 몇 차례 간략히 언급한 바 있다. 하지만 과연 그러한 가설을 어떻게 테스트할 수 있을 것인가? 그 구체적인 테스트 방법 역시 중요한 문제일 수 있

다. 하지만 여기서는 단지 그 방법 중 하나가 예컨대 앞서 말한 대로 우도비 검정일 수 있다는 점만을 간략히 언급하는 것으로 만족하기로 하자. 여기서 내가 좀더 중요하게 다룰 문제는, 그와 같은 객관적 테스트가 이루어지기 위해서는 우리가 그때의 증거를 과연 어떻게 보아야만 할 것인가의 문제이다. 바로 앞 절의 말미에서 남겨 두었던 문제이다. 존스의 예와 관련해 하퍼와 카이버그는 "흘낏 본 것만으로도 우리가 그 원반이 푸른색이라는 명제에 0.9의 확률을 부여하는 일을 정당화하는 데 충분하다"고 말한 바 있는데, 과연 그 '충분함'의 기준이 무엇이냐는 문제이다. 아이러니컬하게도 이 문제에 대한 답의 실마리는 제프리의 조건화를 지지하는 하퍼와 카이버그가 우도의 불변성에 반대하며 제시한 그들의 논의 가운데 하나에서 발견할 수 있다.

하퍼와 카이버그는 리바이의 비판에 대응하는 앞서의 논문 말미에서 다음과 같이 지적한 바 있다.[23] 우선 제프리가 주장하듯 조건적 신념도의 고정성, 즉 $p(h/e)=q(h/e)$를 받아들일 경우 (JC)가 성립함을 다시 한번 상기하자. 그런데 이제 리바이가 생각하듯 또는 앞서 우리가 논한 대로 우도의 불변성을 받아들여 $p(e/h)=q(e/h)$가 성립한다고 해 보자. 그렇다면 (JC)와 유사하게 우리는 다음과 같은 식을 구성할 수 있다.

(4.6) $q(e) = p(e/h)q(h) + p(e/\sim h)q(\sim h)$

그런데 이제 존스의 예를 다소 변형하여 $q(e)=0.9$, $p(e/h)=0.5$, $p(e/\sim h)=0.7$이라고 해 보자. 그렇다면 이 값들에 따라 다음의 식이 성립한다.

$$
\begin{aligned}
(4.7)\ 0.9 &= 0.5q(h)+0.7q(\sim h)\\
&= 0.5q(h)+0.7(1-q(h))\\
&= 0.7-0.2q(h)
\end{aligned}
$$

하지만 이 경우 $0 \leq q(h) \leq 1$이므로, 위의 식 (4.7)은 불가능하다. 하퍼와 카이버그는 바로 이와 같은 결과에 근거해 제프리의 조건화에 따를 경우 우도의 불변성을 유지될 수 없다고 결론짓는다.

나아가 이와 관련해 다음과 같이 지적하고 있기도 하다. 그들이 보기에 위의 (4.7)의 결과는 당연한 것이다. 왜냐하면 (4.7)이 보여 주는 바는 가설 h에 대해 존스가 부여하는 확률이 어떻게 달라지는가에 따라 그가 증거 e에 부여하는 확률이 어떻게 변화해야 하는가를 확률의 공리에 따라 보여 주고 있기 때문이다. 그러나 위의 결과에 따르면, 예컨대 존스가 h에 대한 확률을 0으로 변화시키고, 그리하여 $\sim h$에 대한 확률을 1로 변화시킨다면, 그때 $q(e)$의 값은 최대 0.7이므로, 존스는 결코 e에 대해 0.9와 같은 값을 가질 수 없다는 것이다. 따라서 그들은 존스에게 있어 $q(e)=0.9$와 같은 값은 결코 가설 h에 대해 존스가 부여하는 확률값이 어떻게 변화했는가에 의해 얻어진 것일 수 없고, 그 값은 결국 어느 다른 원천에서 유래한 것이라 보아야 한다고 주장한다. 물론 이때 그들이 보는 문제의 원천은 존스의 관찰 경험 바로 그것이다.

이상의 그들의 지적은 일면 옳다고 할 수 있다. 그럼에도 불구하고 아직 그들이 여기서 보지 못한 측면이 남아 있다. 예컨대 $q(e)$의 최대값 0.7이 단순히 h에 대한 확률을 0으로

23) Harper & Kyburg (1968), p. 250. 여기서는 우리의 기호법에 맞게 수정하였다.

변화시킨 데 유래한 것이 아님은 맞지만, 그렇다고 그것이 단순히 우도 $p(e/\sim h)$로부터 주어진 값 0.7과 무관함을 뜻하는 것은 아니다. 가령 우도 $p(e/\sim h)$=0.7이라 할 때, 이는 아주 거칠게 말해 10개의 원반이 담긴 단지 내에서 추출될 푸른색 원반이 7개나 될 정도로 우리가 푸른색 원반을 관찰하게 될 기회가 아주 많음을 뜻한다. 그러므로 이런 경우라면, 그렇게 추출된 어느 한 원반의 색을 흐릿한 불빛 때문에 겨우 흘낏 보기만 한 까닭에 그것이 푸른색이라는 우리 경험의 신념도가 아주 낮다고 할지라도, 그다지 어렵지 않게 그로써 가설 $\sim h$에 대한 신념도를 높일 수 있을 것이다. 반면에 만일 우도 $p(e/\sim h)$=0.5라면, 유사하게 추출된 그 원반의 색이 푸른색이라는 우리 경험의 신념도가 훨씬 더 높아야만 가설 $\sim h$에 대한 신념도를 높일 수 있을 것이다. 극단적으로는 만일 $p(e/\sim h)$=0이라 한다면, 이 경우에는 추출된 그 원반의 색이 푸른색이라는 우리 경험의 신념도가 아예 1이 되어야만, 즉 그 색이 푸른색이라고 확신할 수 있을 정도가 되어야만 $\sim h$에 대한 우리의 신념도를 높일 수 있을 것이다. 요컨대 우도 $p(e/\sim h)$=0.7에 연원하는 $q(e)$의 최대값 0.7은 가설 $\sim h$와 관련해 증거로서 유효한 경험의 신념도가 어느 정도 되어야 하는가 하는 기준으로도 작용할 수 있다는 것이다. 그러므로 만일 방금의 예시 상황에서 드러난 관계를 고려할 경우, 문제의 가설 $\sim h$에 대한 증거로서 유효한 경험의 신념도 $q(e)$가 최소 얼마나 되어야 하는가를 보여 주는 식으로 예컨대 1-$p(e/\sim h)$와 같은 식을 제안할 수 있을지 모른다. 물론 이러한 식에 관해서는 앞으로 더 세밀하게 탐구가 되어야 하겠지만,[24] 지금의 논의상으로는 이것으로 충분하다. 따라서 만일 우도 $p(e/\sim h)$=0.7라면 이때 증거로서 유효하기 위해서는 그 경험의 신념도가 적어도 1-0.7=0.3 이상이어야만 하고, 우도 $p(e/\sim h)$=0.5라면 그 신념도는 적어도 0.5 이상이어야만 하며, 우도 $p(e/\sim h)$=0이라면 그 신념도는 1이 되어야만 할 것이다. 만일 이 각각의 경우에 그 기준에 미치지 못하는 경험만을 한 경우라면, 그러한 결과는 폐기하고, 해당 기준을 충족시키는 새로운 경험을 얻기 위해 노력해야만 할 것이다.

물론 이와 같은 지적은 우도 자체를 객관적으로 테스트되어야만 할 하나의 가설로 보는 통계학자들이나 객관주의자들의 관점으로부터 파생된 것이다. 다만 대개의 경우 그들은 자신의 가설을 테스트하는 데 필요한 경험적 관찰 결과에 대해 지금까지 거의 확신을 가진 경우, 즉 $q(e)$=1인 경우만을 다루었으므로, 위와 같은 문제가 별도로 불거질 기회가 없었던 셈이다. 하지만 이제 제프리와 같은 주관주의자들에게 있어서처럼 불확실한 경험이 문제시되는 경우라면, 과연 어느 정도의 불확실한 경험이 관련 가설과 관련해 유의미한 경험이 되는가는 중요한 문제가 될 수 있다. 바로 지금 그러한 문제가 명백하게 드러난 셈이다. 이제 나는 이와 관련해 어느 가설 h에 대해 유효한 테스트 증거로 활용될 수 있기 위해서는 그러한 증거를 얻기 위한 우리의 경험의 신념도가 최소 얼마나 되어야 하는가 하는 일반적인 식을 제시하고, 그에 따라 또한 그때의 베이즈 인수에는 어떠한 식으로 제약이 따르는가를 보여 주며 맺기로 한다.

먼저 가설 h에 대해 유효한 테스트 증거로 활용될 수 있는 증거를 얻기 위해 우리의 경험에 대한 신념도 $q(e)$가 최소 얼마나 되어야 하는가 하는 식은 앞서 가설 $\sim h$에 대해서와 유사하게 1-$p(e/h)$를 이용해 다음과 같이 제시할 수 있다.

(4.8) $q(e) \geq 1-p(e/h)$

24) 특히 지금의 경우, $q(h)$의 값을 최소로, $q(\sim h)$의 값을 최대로 설정한 것은 극단적인 경우일 뿐이다. 이를 앞으로 좀더 일반화시킨 식이 필요할 것이다.

그러면 앞서 제2절에서의 베이즈 인수식 (BF) $\beta(e:\sim e) = [q(e)/q(\sim e)]/[p(e)/p(\sim e)]$에 의해 우리는 우선 다음의 식을 얻을 수 있다(물론 이때 $p(e) \neq 0$, $p(\sim e) \neq 0$라 가정한다).

$$(4.9)\ q(e) = \frac{\beta p(e)}{p(\sim e)} / [1 + \frac{\beta p(e)}{p(\sim e)}]$$

그렇다면 다시 (4.8)의 부등식에 의해 우리는 최종적으로 다음 식을 얻게 된다.

$$(\text{L \& BF})\ \beta \geq \frac{1-p(e/h)}{p(e/h)} \times \frac{p(\sim e)}{p(e)} = \frac{1-p(e/h)}{p(e/h)} \times \frac{1-p(e)}{p(e)}$$

이는 바로 어느 가설 h의 객관적 우도가 $p(e/h)$인 경우 그와 관련해 우리가 갖게 되는 경험이 유효한 증거로 받아들여지기 위해서는 그 경험의 충격에 의한 베이즈 인수가 최소 어느 정도가 되어야 하는가를 규율하는 식이다. 이에 미치지 못하는 베이즈 인수로 나타나는 경험적 충격은 유효하지 못한 것으로 간주해야만 할 것이다.

결 어

이상으로 나는 우도와 제프리 조건화가 어떻게 서로 충돌할 수 있는가를 설명하고, 그에 대해 박일호의 해법을 소개하였다. 이때 그의 해법에서는 베이즈 인수가 핵심적인 역할을 함을 보았다. 하지만 그의 해법에는 적어도 세 가지 문제점이 있음이 드러났다. 이러한 문제점들 가운데 처음 두 가지는 랜지의 영점 조정, 호손의 정렬 방식에 의해 해소될 수 있음을 보였다. 그럼에도 불구하고 박일호 해법에서의 마지막 문제점은 랜지와 호손에 의해 언급되지 않았으나, 나는 그들의 관점에서 그와 같은 문제를 어떻게 해소할 수 있는가를 보여주려 하였다. 이로써 우도의 객관성에 의해 어떻게 베이즈 인수를 제약할 수 있는가도 보여줄 수 있었다.

참고 문헌

박일호 (2008), “원초적 확률주의와 베이즈 인수,” 《논리연구》 11(2), pp. 95-127.

______ (2013), “부분적 믿음 갱신과 조건화,” 《과학철학》 16(1), pp. 29-56.

전영삼 (2012), “총체적 입증도, 입증도의 증가, 그리고 귀납의 방법론,” 《과학철학》 15(2), pp. 101-37.

______ (2013), 『귀납, 우리는 언제 비약할 수 있는가』, 서울: 아카넷.

______ (2016), “베이즈 인수는 왜 그토록 효과적인가,” 《과학철학》 19(2), pp. 19-67.

Bradley, R. (2005), "Radical Probabilism and Bayesian Conditioning," *Philosophy of Science* 72, pp. 342-64.

Carnap, R. (1950), *Logical Foundations of Probability*, London: Routlege & Kegan Paul.

Earman, J. (1992), *Bayes or Bust?: A Crititical Examination of Bayesian Confirmation Theory*, Cambridge: The MIT Press.

Field, H. (1978), "A Note on Jeffrey Conditionalization," *Philosophy of Science* 45, pp. 361-7.

Franklin, A. (1999), *Can That be Right?: Essays on Experiment, Evidence, and Science*, Dordrecht: Kluwer.

Garber, D. (1980), "Field and Jeffrey Conditionalization," *Philosophy of Science* 47, pp. 142-5.

__________ (1983), "Old Evidence and Logical Omniscience in Bayesian Confirmation Theory," in J. Earman (ed.), *Testing Scientific Theories*, Minneapolos: Univ. of Minnesota Press, 1983, pp. 99-131.

Harper, W. L. & H. E. Kyburg (1968), "The Jones Case," *British Journal for the Philosophy of Science* 19, pp. 247-51.

Hawthorne, J. (2004), "Three Models of Sequential Belief Updating on Uncertain Evidence," *Journal of Philosophical Logic* 33. pp. 89-123.

___________ (2005), "Degree-of-Belief and Degree-of-Support: Why Bayesians Need Both Notions," *Mind* 114, pp. 277-320.

Howson, C. & P. Urbach (1993), *Scientific Reasoning: The Bayesian Approach*, 2nd ed., Chicago: Open Court.

Jeffrey, R. (2004), *Subjective Probability: The Real Thing*, Cambridge: Cambridge Univ. Press.

Lange, M. (2000), "Is Jeffrey Conditionalization Defective by Virtue of Being Non-commutative?: Remarks on the Sameness of Sensory Experiences," *Synthese* 123, pp. 393-403.

Levi, I. (1967), "Probability Kinematics," *British Journal for the Philosophy of Science* 18, pp. 197-209.

Park, Ilho (2009), "Probability all the way down the roots: Studies on Probability Kinematics," Thesis for the Degree of Doctor, Department of Philosophy, Korea University.

Popper, K. R. (1983), *Realism and the Aim of Science*, Totowa, N. J.: Rowman & Littlefield.

ScienceNordic, "Lung cancer is rarely detected by current X-ray examinations," 2014.09.16, http://sciencenordic.com/lung-cancer-rarely-detected-current-x-ray-examinations.

Wagner, C. (1997), "Old Evidence and New Explanation," *Philosophy of Science* 64, pp. 677-91.

___________ (2002), "Probability Kinematics and Commutativity," *Philosophy of Science* 69, pp. 266-78.