논리연구 20-2(2017) pp. 163-196

전기 비트겐슈타인과 러셀의 역설

박 정 일

【국문요약】 비트겐슈타인은 『논리-철학 논고』에서 러셀의 역설을 해결했다고 선언한다. 그에 따르면, 함수는 그 자신의 논항이 될 수 없다. 만일 함수 F(fx)가 자기 자신의 논항이 될 수 있다고 가정하면, “F(F(fx))”라는 명제가 주어지는데, 이 명제에서 외부 함수 F와 내부 함수 F는 상이한 의미를 갖는다. 그렇게 되면 “F(F(fx))”는 확정적인 뜻을 지닐 수 없다. 그러나 왜 비트겐슈타인은 함수 F(fx)와 “F(F(fx))”를 문제 삼고 있는가? 이 물음에 대답하기 위해서는 우리는 무엇보다도 러셀의 역설에 대해 러셀 자신이 어떻게 해결하려고 시도했는지를 면밀히 검토해야 한다. 오직 러셀의 해결책을 이해할 수 있을 때에만 우리는 비트겐슈타인이 러셀의 역설을 어떻게 해결하려고 했는지를 이해할 수 있다. 특히 비트겐슈타인이 1913년 노르웨이에서 러셀에게 보낸 편지는 우리에게 결정적인 실마리를 제공해 준다.

【주요어】 비트겐슈타인, 『논리-철학 논고』, 러셀의 역설, 함수, 논항

투고일: 2017. 5. 11 심사 및 수정 완료일: 2017. 6. 18 게재확정일: 2017. 6. 20

1. 들어가는 말

잘 알려져 있듯이, 비트겐슈타인은 『논리-철학 논고』(이하, ‘『논고』’로 약칭함)에서 러셀의 역설을 해결했다고 선언한다. 그는 다음과 같이 말한다.

> 함수는 그 자신의 논항이 될 수 없다. 왜냐하면 함수 기호는 이미 그것의 논항의 원형을 포함하고 있으며, 또 그것은 자기 자신을 포함할 수 없기 때문이다.
> 요컨대 함수 F(fx)가 자기 자신의 논항이 될 수 있을 거라고 가정해 보자. 그렇다면 “F(F(fx))”라는 명제가 주어질 것이다. 그리고 이 명제에서 외부 함수 F와 내부 함수 F는 상이한 의미를 가져야 한다. 왜냐하면 그 내부 함수는 φ(fx)의 형식을 지니고, 외부 함수는 Ψ(φ(fx))의 형식을 지니기 때문이다. 그 두 함수에는 단지 “F”라는 문자만이 공통적인데, 그러나 그 문자는 그 자체로는 아무것도 지칭하지 않는다.
> 이것은 우리가 “F(F(u))” 대신에 “(∃φ):F(φu).φu = Fu”라고 쓴다면 곧 분명해진다.
> 이로써 러셀의 역설은 풀린다. (3.333)[1]

그러나 이 짧은 언급은 결코 이해하기가 쉽지 않다. 이제 우리가 다루어야 할 문제들을 정리해 보자.

첫째, 비트겐슈타인에 따르면 함수는 그 자신의 논항이 될 수 없다. 그렇다면 『논고』에서 함수와 논항은 각각 무엇인가? 가령 함수와 논항은 프레게에서와 같이 지시체, 또는 언어외적 존재자인가? 또한 비트겐슈타인에 따르면, 함수 기호는 이미 그것의 논항의 원형을 포함하고 있다. 그렇다면 여기에서 ‘원형’이란 무엇인가?

둘째, 비트겐슈타인은 함수 F(fx)가 자기 자신의 논항이 되는 경우를 가정하고 있다. 이 가정에 따라, “F(F(fx))”라는 명제가 주어

---

1) 이 글에서는 『논고』의 번역으로 대부분 비트겐슈타인 (2006), 이영철 옮김을 따르고 있다.

진다. 이 명제에서 논항은 F(fx)이다. 그렇다면 함수 F(fx)의 논항 자리는 무엇인가? 그것은 x인가 아니면 f인가 아니면 fx인가? 어떤 방식으로 논항 F(fx)를 대입할 때 “F(F(fx))”라는 명제가 주어지는가?

셋째, 비트겐슈타인에 따르면 “F(F(fx))”라는 명제에서 “외부 함수 F와 내부 함수 F는 상이한 의미를 가져야 한다.” “왜냐하면 그 내부 함수는 Φ(fx)의 형식을 지니고, 외부 함수는 Ψ(Φ(fx))의 형식을 지니기 때문이다.” 그러나 왜 그렇게 형식이 다르면 함수는 상이한 것이 되는가? 그리고 “F(F(u))” 대신에 “(∃φ):F(φu).φu = Fu”라고 쓰면 무엇이 곧 분명하게 되는가?

넷째, 비트겐슈타인은 “이로써 러셀의 역설은 풀린다.”라고 말한다. 그러나 어떻게 해서 러셀의 역설이 해결되었다는 것인가? 그리고 비트겐슈타인은 3.333에서 왜 “F(fx)”와 “F(F(fx))”를 문제 삼고 있는가? 그것들과 러셀의 역설은 정확하게 무슨 관련이 있는가?

나는 다음의 순서로 논의하고자 한다. 먼저 우리는 『논고』에서 함수와 논항이 각각 무엇인지를 살펴보아야 한다(2절). 그 다음에 우리는 ‘원형’이 무엇인지를 살펴보아야 한다. 그런데 ‘원형’의 개념을 해명하기 위해서는 이와 더불어 ‘일반성 표시’ 개념도 해명되어야 한다(3절). 비트겐슈타인은 함수 F(fx)가 자신의 논항이 되는 경우를 문제 삼고 있다. 그렇다면 일반적으로 함수가 논항이 되는 함수가 무엇인지에 대해 해명해야 한다(4절). 다음으로 우리는 함수와 연산이라는 『논고』의 구분에 주목해야 한다. 이를 통해 우리는 형식이 다른 함수는 의미도 상이하다는 것을 알 수 있다(5절). 무엇보다도 우리는 러셀의 역설에 대해서 러셀 자신이 어떻게 해결하려고 시도했는지를 면밀히 검토해야 한다. 오직 러셀의 해결책을 이해할 수 있을 때에만 비로소 3.333은 이해 가능하다(6절). 이러한 논의를 바탕으로 우리는 비트겐슈타인이 러셀의 역설을 어떻게 해

결하려고 했는지를 이해할 수 있다. 특히 비트겐슈타인이 1913년 노르웨이에서 러셀에게 보낸 편지는 우리에게 결정적인 실마리를 제공해 준다(7절).

2.『논고』의 함수와 논항 개념

잘 알려져 있듯이, 함수와 논항(Argument)이라는 수학적 개념을 최초로 일상 언어에 적용한 철학자는 프레게이다.[2] 프레게에 따르면, 예를 들어 $2 \times 1^2 + 1$, $2 \times 4^2 + 4$, $2 \times 5^2 + 5$라는 표현에서 공통된 내용이 함수이고, 이는 “$2 \times (\ )^2 + (\ )$”로, 또는 “$2 \times \xi^2 + \xi$”로 표현할 수 있다. 이때 1, 4, 5는 논항이다. 논항은 함수의 일부가 아니며, 함수와 결합하여 완전한 전체를 만든다. 함수 자체는 불완전한, 불포화된 것이며, 논항으로서의 1, 4, 5는 자립적인 대상이다. 프레게는「함수와 개념」(1891)에서 다음과 같이 말한다.

> 우리는 “시저는 가울을 정복했다”는 문장을 ‘시저’와 ‘는 가울을 정복했다’로 나눈다. 두 번째 부분은 불포화되어 있다. 그것은 빈 자리를 포함하고 있다. 이 자리가 고유 이름으로 혹은 고유 이름을 대체하는 표현으로 채워질 때에만 완전한 뜻이 나타난다. 여기에서도 나는 이 불포화된 부분의 지시체에 ‘함수’라는 이름을 부여한다. 이 경우에 논항은 시저이다.[3]

여기에서 프레게는『개념 표기법』(1879)에서 ‘함수’와 ‘논항’을 일종의 언어적 표현으로 간주하였던 것과는 달리, ‘함수’와 ‘논항’을 모두 **지시체**로, 또는 어떤 언어외적 존재자로 규정하고 있다.[4] 다시 말해, 프레게는 ‘는 가울을 정복했다’라는 불포화된 부분의 **지시**

---

2) 참고: 박정일 (2013), pp. 353-354.
3) Frege (1997), p. 139.
4) 참고: 안토니 케니 (2002), p. 35, p. 163.

체를 함수라고 부르고 있으며, 논항은 ‘시저’라는 이름이 아니라 **대상** 시저라고 간주하고 있다.

그런데 프레게는 ‘샛별’과 같은 이름, 또 ‘5 + 3’, ‘영국의 현 왕’과 같은 기술구뿐만 아니라 모든 언어적 표현에 대해서도 일관성 있게 뜻과 지시체를 구분하였다. 가장 특이한 것은 그가 한 문장에 대해서도 뜻과 지시체를 구분하였다는 점이다. 그에 따르면, 한 문장의 지시체는 **진리치**(truth value)이고 그 문장의 뜻은 **사상**(Gedanke, thought)이다. 가령, “샛별은 샛별이다”와 “샛별은 개밥바라기이다”는 둘 다 참(The True)이라는 대상을 가리키며 따라서 두 문장의 지시체는 동일하다. 반면에 두 문장의 뜻, 즉 사상은 상이하다.

그리하여 프레게에 따르면, “시저는 가울을 정복했다”는 ‘시저’와 ‘( )는 가울을 정복했다’로 나누어지며, 전자의 지시체는 논항 시저이고, 후자의 지시체는 함수이며, 전자가 후자를 채울 때 “시저는 가울을 정복했다”를 얻을 수 있는데, 이 문장의 지시체는 진리치 참이고, 그 문장의 뜻은 사상이다. 또한 “시저는 가울을 정복했다”라는 문장은 진리치 참의 이름이다.

러셀은 프레게의 뜻과 지시체 구분은 거부하였지만, 그럼에도 불구하고 함수와 논항 개념을 받아들이고 있다. 러셀은 “$2 \times x^2 + x$”와 “x의 그 아버지”와 같은 것을 기술 함수(descriptive function)라고 부르고, “x는 가울을 정복했다”와 “x는 현명하다”와 같은 것을 명제 함수(propositional function)라고 부른다. 러셀에 따르면, 명제 함수는 “변항 x를 포함하고, 값이 할당되자마자 명제를 표현하는 것”이다. 명제 함수는 “그것이 애매하다는 사실, 즉 그것이 값이 할당되는 변항을 포함하고 있다는 사실에 의해서만 명제와 다르다.”[5] 이러한 러셀의 설명에 따르면, 함수와 논항으로 분석되는 명

5) Russell & Whitehead (1910), p. 38.

제만을 문제 삼을 경우, 명제 함수는 프레게의 함수에 해당되며, 변항에 할당되는 값은 논항이 될 것이다.[6)]

비트겐슈타인은 프레게의 뜻과 지시체 구분을 받아들이지 않았지만, 기본적인 정신에서는 함수와 논항의 개념에 관한 프레게와 러셀의 생각을 받아들이고 있다. 다시 말해, 함수와 논항이 대조될 때에는 함수는 항상 어떤 변항을 지니고 있다. 가령 "x는 현명하다"를 'Wx'로 기호화하고, 소크라테스를 's'로 기호화하자. 그러면 Wx는 (명제) 함수이고, 표현 s는 논항이다. 마찬가지로 Xs("s는 … 하다")는 함수이고, 표현 W는 논항이며, 이로부터 Ws라는 명제가 나온다. 더 나아가 Xx는 명제 함수이며, 논항 W와 s에 대해 우리는 명제 Ws를 얻는다. 이렇게 변항을 지니는 표현, Wx, Xs, Xx는 모두 함수 표현이다.『논고』에서 비트겐슈타인은 그러한 함수 표현을 간단히 "함수"라고 부른다. 그리하여 그는 명시적으로 fx가 함수라고 말하고 있고(5.501, 5.52), 마찬가지로 F(fx)가 함수라고 말하고 있으며(3.333), 때로는 변항 x를 생략한 채 f가 함수라고 말하기도 한다(5.5301).

그런데 비트겐슈타인은『논고』에서 명제와 요소 명제에 대해 다음과 같이 말한다.

명제를 나는－프레게와 러셀처럼－그 속에 포함된 표현들의 함수

---

6) 그러나 나는 이렇게 생각하는데, 명제 함수와 논항에 대한 러셀의 설명은 다소 혼란스럽다. 그는『수학 원리』에서 명제가 대상이라고 말한다(Russell & Whitehead (1910), p. 38). 이러한 언급은 그가 명제뿐만 아니라 명제 함수와 논항도 대상이라고 간주했음을 강력하게 암시한다. 왜냐하면 명제 함수와 논항이 그저 표현일 뿐이라면 이로부터 명제라는 대상이 어떻게 산출되는지는 설명하기 어려울 것이기 때문이다. 반면에 1919년에 출판된『수리철학입문』에서 그는 명제 함수는 하나의 "도식, 껍질, 의미를 위한 빈 그릇"일 뿐이라고 말하며(Russell (2007), p. 157),『나의 철학의 발전』에서는 "명제 함수는 순전히 표현일 뿐이다."라고 말한다(Russell (1959), p.69, 버트런드 러셀 (2008), p. 115).

> 로 파악한다. (3.318)
>
> 나는 요소 명제를 이름들의 함수로서, “fx”, “ϕ(x, y)” 등의 형식으로 쓴다. (4.24)

여기에서 비트겐슈타인은 명제가 “그 속에 포함된 표현들의 함수”이고, 요소 명제가 “이름들의 함수”라고 말하고 있다. 그러나 이러한 언급은 몇몇 의문들을 불러일으킬 수 있으며, 특히 프레게와 러셀의 관점에서는 기묘하게 보일 것이다. 우리의 의문은 다음과 같다. 첫째, 어떻게 명제가 함수—그 속에 포함된 표현들의 함수이든 이름들의 함수이든—일 수 있는가? 함수는 자유 변항을 포함하는 것이며, 명제는 상항이나 속박 변항만을 포함하지 않는가? 둘째, 프레게는 함수와 그것의 함숫값을 엄격하게 구분한다.[7] 이는 러셀도 마찬가지이다. 러셀에게 명제 Ws는 논항 s에 대한 함수 Wx의 값이며, 프레게에게는 논항 s에 대한 함수 Wx의 값은 Ws의 진리치 참이다.[8] 그렇다면 비트겐슈타인은 함수와 그것의 함숫값을 혼동하고 있는 것 아닌가?

앞에서 우리는 함수와 논항을 대조할 때에는 비트겐슈타인이 프레게와 러셀 방식으로 함수 개념을 사용하고 있다는 것을 확인하였다. 또한 분명하게도 『논고』에서는 함수와 함수의 값을 구분하고 있다. 즉 “기술되어야 할 x의 모든 값에 대해 값으로 가지는 함수

---

7) 프레게는 『산수의 근본 법칙 Ⅰ』에서 다음과 같이 말한다. “논항에 의해 함수는 보충된다. 함수가 보충될 때 나오는 것을 나는 그 논항에 대한 함수의 **값**이라고 부른다. 그리하여 우리는 함수 이름에서 논항 자리를 논항의 이름으로 채우게 되면, 그 논항에 대한 함숫값의 이름을 얻는다.”(Frege (1997), p. 212)

8) 디리클레(Dirichlet) 등에 의해 확립된 현대 수학에서의 함수 개념에 따르면, 함수란 두 집합의 원소들을 대응시킴에 있어서 한 집합의 원소에 대해 다른 집합의 원소가 오직 하나 대응되는 관계를 뜻한다. 이러한 함수 개념의 관점에서 보면, 프레게의 (명제) 함수는 대상들과 진리치들 간의 대응관계이며, 러셀의 명제 함수는 대상들과 명제들 간의 대응관계이다.

fx의 제시”(5.501), 또 “ξ의 값들이 x의 모든 값들에 대한 함수 fx의 값 전체라면, $N(\bar{\xi}) = \sim(\exists x)fx$가 된다.”(5.52)에서 알 수 있듯이, 비트겐슈타인은 가령, 함수 fx와 논항 “a”에 대한 함수 fx의 값, 즉 fa를 구분하고 있다.

그렇기 때문에 명제를 표현들의 함수로(3.318), 그리고 요소 명제를 이름들의 함수로(4.24) 간주한 것은 **엄밀한 의미에서** 명제가 함수라는 것을 뜻하지 않는다. 다시 말해 3.318과 4.24는 다음 세 가지 측면에서 압축적이면서 느슨한 표현이다. 첫째, 명제들이 표현들의 함수라는 것은 가령 Ws는 함수 Wx, Xs, Xx에 대해서 논항 s, W, (W, s)가 주어지면 각각의 명제 함수의 값인 명제 Ws가 주어진다는 뜻이다.[9] 이로부터 『논고』에서는 명제, 함수, 이름이 모두 상징(표현)이라는 것을 알 수 있다.[10] 함수와 논항은 프레게에게서와 같이 지시체들이 아니라 표현(상징)이다. 둘째, 한 명제의 뜻은 그것이 포함하는 표현들에 의해 결정된다는 것이다.[11] 요소 명제의 경우, 요소 명제의 뜻을 결정하는 것은 그것이 포함하는 이름들의 의미이다. 복합 명제의 경우, 그것의 뜻은 그것이 포함하는 요소 명제(들)의 뜻에 의해 결정된다.[12] 셋째, 복합 명제의 경우, 그 복합 명제의 진리치는 그것이 포함하는 요소 명제들의 진리치에 따라서 결정된다는 것이다. 이에 대해 비트겐슈타인은 다음과 같이 언급하고 있다. “명제는 요소 명제들의 진리 함수이다. (요소 명제는

---

9) 이는 x와 y 사이에서 x의 값이 정해지면 이에 따라 y값이 유일하게 결정될 때, y는 x의 함수라고 하는 통상적인 어법과 일치한다고 볼 수도 있다. 이러한 관점에서 보면, 3.318과 4.24에서의 ‘명제’와 ‘표현’, ‘요소 명제’와 ‘이름’은 상항이라기보다는 변항에 해당된다.

10) 참고: “명제 자체도 하나의 표현이다.”(3.31)

11) 표현(상징)은 “명제의 뜻을 특징짓는 명제의 각 부분”(3.31)이다. 즉 “표현은 명제의 뜻을 위해 본질적인, 명제들이 서로 공유할 수 있는 모든 것이다.”(3.31)

12) 참고: “p의 진리 함수의 뜻은 p의 뜻의 함수이다.”(5.2341)

자기 자신의 진리 함수이다.)”(5) “요소 명제들은 명제의 진리 논항들이다.”(5.01)

지금까지의 논의를 정리해 보자. 『논고』에서 비트겐슈타인은 “함수”라는 용어를 두 가지 방식으로 사용하고 있다. 첫째, 함수와 논항을 대조할 경우, “함수”는 fx, f, F(fx)와 같은 함수 표현을 뜻한다. 둘째, 명제를 표현들의 함수로, 요소 명제를 이름들의 함수로 파악하는 경우, “함수”는 함수 표현을 가리키지 않는다. 이는 한 명제는 그 속에 포함된 표현을 변항으로 대체하여 그 명제로부터 만들어지는 명제 함수에 대해서 그 표현이 논항인 그 함수의 값이라는 뜻이며, 한 명제의 뜻은 그 속에 포함된 표현들의 의미나 뜻에 의해 결정되고, 또 한 명제의 진리치는 그것 자신의 진리치에 의해(요소 명제의 경우), 또는 그것이 포함하고 있는 요소 명제들의 진리치에 의해(복합 명제의 경우) 결정된다는 뜻이다.

그리하여 “합성이 있는 곳에는 논항과 함수가 있으며, 또 이것들이 있는 곳에는 이미 모든 논리적 상항들이 있다.”(5.47)에서와 같이 함수와 논항이 대조되는 경우 ‘함수’는 함수 표현을 뜻한다. 마찬가지로 3.333에서도(“함수는 그 자신의 논항이 될 수 없다.”) 함수와 논항이 대조되고 있으므로, 여기에서 함수는 함수 표현, 또는 함수 기호이다.

3. 『논고』의 원형과 일반성 표시 개념

이제 “함수 기호의 논항의 원형”에서 ‘원형’이 무엇인지를 논의하기로 하자. 먼저 원형이 무엇인지를 이해하기 위해서는 『논고』의 다음의 언급을 주의 깊게 읽어야 한다.

> 우리가 어떤 한 명제의 구성 요소를 변항으로 바꾸면, 그렇게 해서 생긴 가변적 명제의 값 전체를 이루는 명제들의 집합이 존재

> 하게 된다. 일반적으로 이 집합은 우리가, 자의적인 약정에 따라, 원래 명제의 부분들로 무엇을 뜻하느냐에 달려 있다. 그러나 우리가 그 의미가 자의적으로 확정된 기호들을 모두 변항들로 바꾼다면, 그 때도 여전히 그런 집합은 존재한다. 그러나 이제 이 집합은 아무런 약정에도 의존하지 않고, 단지 그 명제의 본성에 의존할 뿐이다. 그것은 논리적 형식－논리적 원형－에 대응한다. (3.315)

이제 가령 "소크라테스는 현명하다"를 Ws로 나타낼 때, 먼저 s를 변항으로 바꾸면, Wx가 주어진다. 이제 우리는 Wx의 "값 전체를 이루는 명제들의 집합"을 생각할 수 있는데, 이는 가령 {Ws, Wp, Wc, …}이다. 이제 Wx에서 W를 변항으로 바꾸면, Xx가 주어진다. 그리고 다시 Xx의 "값 전체를 이루는 명제들의 집합"이 존재한다. 이 집합은, 집합 {Ws, Wp, Wc, …}가 Wx에 대응하듯이, 논리적 형식, 즉 논리적 원형, Xx에 대응한다. 이로부터 우리는 이 경우에 Xx가 논리적 원형이라는 것을 알 수 있다.

그러나 이 언급은 **논리적 원형**에 대해서는 해명하고 있지만, '**원형**'에 대해서는 명시적으로 해명하고 있지 않다. 그럼에도 불구하고, 나는 이렇게 생각하는데, 우리는 Wx에서 x와 Xs에서 X가 원형이라는 것을 충분히 짐작할 수 있다. 다시 말해 명제 함수 Wx는 가령 논항 s의 원형 x를 포함하고 있고, 명제 함수 Xs는 가령 논항 W의 원형 X를 포함하고 있다. 그리고 이러한 원형의 개념은 러셀의 유형(type)과 유사하다. 즉 원형은 변항에 논항을 대입함에 있어서, 정당한(적법한) 대입만을 허용한다. 그렇기 때문에 s의 원형은 X가 아니라 x이며, W의 원형은 x가 아니라 X이다.

그러나 과연 Wx에서 x가, 그리고 Xs에서 X가 원형인가? 이 물음에 대답하기 위해서 우리는 『논고』에서 원형 개념에 대해 언급한 것을 살펴보아야 한다. 『논고』에서 '원형'이라는 용어는 3.24에서 처음으로 등장한다. "일반성 표시는 실로 하나의 원형을 **포함한**

다.”(3.24) 그렇다면 여기에서 ‘일반성 표시’란 무엇인가? 비트겐슈타인은 ‘일반성 표시’에 대해서 다음과 같이 말한다.

> 일반성 표시에 독특한 것은, 첫째로 그것은 하나의 논리적 원형을 지시한다는 것이요, 둘째로 그것은 상항들을 부각시킨다는 것이다. (5.522)
>
> 일반성 표시는 논항으로서 등장한다. (5.523)

그러나 이 짧은 언급은 참으로 이해하기가 어렵다. 이제 일반 명제(또는 일반화된 명제) “(∃x)fx”와 “(x)fx”에 대해서 생각해 보자. 여기에서 ‘일반성 표시’란 무엇인가?[13] 앤스컴은 다음과 같이 말한다.

> 그가 [비트겐슈타인이] ‘일반성의 기호는 논항으로 등장한다’라고 말할 때 그는 ‘(x)φx’에 있는 ‘x’를 가리키고 있다: 우리는 형식 ‘φa’로부터 형식 ‘φ 모든 것’(‘φ everything’)의 구성으로 나아갔는데, 이는 우리가 할 수 있는 것이다. 왜냐하면 표현 ‘φ( )’는 ‘φa’와 동일한 형식의 모든 명제들을 모으며, 그것은 명제들의 어떤 한 범위를 결정하기 때문이다.[14]

여기에서 앤스컴은 일반성 표시가 ‘(x)φx’에 있는 ‘x’, 즉 ‘(x)’에 있는 ‘x’와 ‘φx’에 있는 ‘x’로 간주하고 있으며, ‘φa’에서 (또는 ‘φ(a)’에서) a가 논항으로 나타나듯이, ‘φ 모든 것’에서 (또는 ‘φ(모든 것)’에서) ‘모든 것’(everything)이 논항으로 나타나며, 바로 이것이 “일반성 표시는 논항으로 등장한다”의 뜻이라고 주장하고 있다. 블

---

13) 『논고』에서 일반 명제와 일반성 표시는 상이하다. 만일 일반 명제 “(∃x)fx”가 일반성 표시라면 5.523에 따라 그것은 논항으로 등장해야 한다. 이는 “(∃x)fx”가 논항으로 등장하고 있다는 것이 된다. 그러나 그것은 명제이지 그것의 논항이 아니다. 그러므로 일반 명제와 일반성 표시는 구분되어야 한다.
14) Anscombe (1959), p. 144.

랙(Black)은 이러한 앤스컴의 주장을 부분적으로 받아들이면서, ‘(x)(…x…)’가 일반성 표시라고 주장한다.

> 일반성 표시(generality symbol) — 그것에 포함된 변항을 지니는 양화사, (x)(…x…) — 는 여기에서 한 고유 이름과 유사한 것으로 간주된다. 명제 함수 fx의 논항 자리에 고유 이름 a를 집어넣으면 a는 한 사물을 대표하기 때문에 세계와 연결된 확정적인 명제가 산출된다. 이와 유사하게, fx에 있는 변항 x를 한 양화사와 연결해서 묶으면, **모든** 사물을 지칭하는 것에 의해 세계와 연결되는 확정적인 명제가 산출된다. fa 대신에, 우리는 말하자면 ‘f(모든 것)’(f(everything))을 얻는다.[15]

블랙은 앤스컴이 일반성 표시를 ‘(x)ϕx’에 있는 ‘x’로 파악한 것과 다소 유사하게, ‘(x)(…x…)’로 파악하고 있으며, fa와 f(모든 것)을 비교함으로써 “일반성 표시는 논항으로 등장한다”에 대한 앤스컴의 해석을 받아들이고 있다.[16]

그러나 포겔린이 지적하듯이, ‘f(모든 것)’은 우스꽝스러운 표현이다. 포겔린은 앤스컴과 블랙의 해석에 반대하면서, 일반성 표시는 “(x)fx”에서 두 번째 x, 즉 fx에 나오는 x라고 주장한다.

> 5.523은 확실하게도 특이하게 들린다. 왜냐하면 그것은 (예컨대) 존재 양화사가 “F(∃x)” 방식으로 한 함수의 논항으로 나타나야 한다고 말하는 것으로 보이기 때문이다. 그러나 이는 비트겐슈타인의 의도일 수 없는데, 왜냐하면 이 생각은 그 자체로 우스꽝스러울 뿐만 아니라, 그가 명시적으로 (4.0411에서) 거부하고 있는 것이기 때문이다. 따라서 비트겐슈타인이 일반성-기호(generality-

---

15) Black (1964), p. 285.

16) 그러나 엄밀하게 말하면 일반성 표시에 대한 앤스컴과 블랙의 생각은 다르다. 왜냐하면 전자는 일반성 표시를 ‘(x)ϕx’에 있는 ‘x’, 즉 **변항**으로 파악하고 있고, 반면에 후자는 ‘(x)(…x…)’, 즉 변항을 지니는 **양화사**로 파악하고 있기 때문이다. 또한 크레머는 일반성 표시를 ‘x fx’라는 패턴으로 간주하고 있는데, 이는 결코 정확한 규정이라고 할 수 없으며, 그는 어떤 엄밀한 근거도 제시하고 있지 않다. 참고: Kremer (1992), p. 413.

> sign)[일반성 표시]에 관해 이야기할 때 그는 양화사 "(x)"와 "(Ex)"를 지칭하고 있지 않다. 표준 표기법 "(x)Fx"를 사용하면, 비트겐슈타인이 일반성-기호라고 부르는 것은 두 번째 나오는 문자 "x"라는 것은 분명하다. 왜냐하면 그것은 그것의 등장을 한 논항으로 만들기 때문이다. 따라서 비트겐슈타인의 기본적인 생각은 **일반성**은 한 **변항**의 나타남과 함께 나온다는 것이다.[17]

포겔린에 따르면 "(x)Fx"에서 일반성-기호[일반성 표시]는 Fx의 "x"이며, 이는 5.523, 즉 "일반성 표시는 논항으로서 등장한다."를 설명할 수 있다.[18] 그리고 그에 따르면, "비트겐슈타인의 기본적인 생각은 **일반성**은 한 **변항**의 나타남과 함께 나온다는 것이다."

그러나 앤스컴, 블랙, 그리고 포겔린의 주장은 옳은가? 나는 그렇지 않다고 생각한다. 먼저 포겔린은 "(x)fx"에서 두 번째 x, 즉 fx에 나오는 x가 일반성 표시라고 주장한다. 이는 "일반성 표시는 논항으로서 등장한다."(5.523)를 성공적으로 해명하는 것처럼 보일 수 있다. 그러나 이는 전혀 옳지 않다. 왜냐하면 fx에서 x는 논항으로 등장하는가? fx에서 x는 논항 자리일 뿐이며 논항이 아니다! 더 나아가 포겔린의 주장이 옳다고 하자. 3.24에 따르면, "일반성 표시는 실로 하나의 원형을 **포함한다**." 그렇다면 포겔린이 주장하는바 일반성 표시 x는 하나의 원형을 포함하고 있다. 그러나 도대체 fx에서 x가 포함하고 있는 것은 무엇인가? 포겔린은 바로 이 물음에 대해서 어떤 대답도 할 수 없다. 반면에 앤스컴과 특히 블랙은 일반성 표시는 '(x)(…x…)'이고, 이 일반성 표시는 원형 x를 포함하고 있다고 대답할 수 있다. 그러나 반대로 블랙은 5.523 즉, "일반성 표시는 논항으로서 등장한다."를 해명할 수 없다. 그는 그저 'f(모든 것)'이라는 궁색한 표현을 끌어들이고 있을 뿐이다.

---

17) Fogelin (1987), p. 65.

18) 마운스의 견해 또한 이러한 포겔린와 일치한다. 그는 (x)fx에서, "비트겐슈타인이 일반성 기호[일반성 표시]로서 지칭하고 있는 것은 양화사가 아니라 오히려 **두 번째** x이다."(Mounce (1981), p. 68)라고 말한다.

그렇기 때문에 나는 앤스컴, 블랙, 포겔린의 생각은 모두 옳지 않다고 생각한다. 그렇다면 『논고』에서 일반성 표시는 무엇인가? 이 물음에 대답하기 위해 『논고』의 다음 언급을 살펴보자.

> 만일 우리가 논항 자리에 어떤 표시를－가령 “(G, G).F(G, G)”처럼－도입함으로써 그 일을 시도하려 한다면, 그것은 충분하지 못할 것이다; 우리는 변항들의 동일성을 확립할 수 없을 것이다. 등등. (4.0411)

이 언급과 함께 비트겐슈타인은 “(x)fx”는 그 지칭 방식이 필연적인 수학적 다수성을 지니고 있지만, “(G, G).F(G, G)”는 지칭 방식이 “필연적인 수학적 다수성을 지니고 있지 않기 때문에 충분하지 못하다”(4.0411)고 주장하고 있다. 그런데 여기에서 주목해야 할 표현은 “논항 자리”이다. 비트겐슈타인은 (x)(y).F(x, y), 즉 (x, y).F(x, y)에서 x와 y를 모두 “논항 자리”라고 부르고 있다. 즉 그는 양화사에 나오는 변항 x와 y, 그리고 F(x, y)에서 나오는 x와 y를 모두 논항 자리라고 부르고 있는 것이다. 그렇기 때문에 가령 (x)fx에서 x는 (첫 번째 x와 두 번째 x는) 논항 자리를 나타내고 있다. 그런데 우리는 가령 Wx에서 논항 자리 x에 이름 s를 집어넣음으로써 Ws라는 명제를 얻을 수 있다. 그렇다면 우리는 (x)fx에서 논항 자리 x에 어떻게 이름을 집어넣을 수 있는가? 그 논항 자리에 이름 s를 대입하면 (s)fs라는 무의미한 표현이 산출되지 않는가?

이제 이러한 문제에 대해 대답하기 위해서는 『논고』의 일반성 개념에 대한 정확한 파악이 선결되어야 한다. 비트겐슈타인은 『논고』에서 보편 명제를 (ξ-조건 하에서)[19] 무한 연언 명제로, 그리고 존재 명제를 무한 선언 명제로 파악한다. 즉 『논고』에 따르면, x의 모든 값들이 a, b, c, d, …라면, 다음이 성립한다. (논의를 더 분명

19) 참고: 박정일 (2014).

하게 하기 위해 (x)fx를 (∀x)fx로 나타내기로 하자.)

$$(\forall x)fx = fa \ \& \ fb \ \& \ fc \ \& \ fd \ \& \ \cdots$$
$$(\exists x)fx = fa \lor fb \lor fc \lor fd \lor \cdots$$

이제 가령 (∀x)fx에서 논항 자리는 양화사 안에 있는 x와 fx에 있는 x이다. 그렇다면 이와 동치인 fa & fb & fc & fd & …에서 논항 자리는 무엇인가? 그 대답은 이러하다: fx_1 & fx_2 & fx_3 & fx_4 & …에서 x_1, x_2, x_3, x_4, …가 논항 자리이다. 다시 말해 (∀x)fx에서 논항 자리는 그 논리식에 나오는 x이지만, (∀x)fx의 정의항에서의 논항 자리는 x_1, x_2, x_3, x_4, …인 것이다.

이제 (∀x)(…x)는 (…a) & (…b) & (…c) & (…d) & …에 해당되고, 또 (∃x)(…x)는 (…a) ∨ (…b) ∨ (…c) ∨ (…d) ∨ …에 해당된다는 것을 주목하자. 우리는 전자를 보편 일반성 표시라고 부를 수 있고, 후자를 존재 일반성 표시라고 부를 수 있다. 그리고 보편 일반성 표시 (∀x)(…x)와 존재 일반성 표시 (∃x)(…x)에 공통된 것, 즉 (*x)(…x)는 일반성 표시이다. (*x)(…x)는 (…a) & (…b) & (…c) & (…d) & …와 (…a) ∨ (…b) ∨ (…c) ∨ (…d) ∨ …에서 논항 a, b, c, d, …에 해당된다. 그렇기 때문에 일반성 표시 (*x)(…x)는 논항으로서 등장한다(5.523).[20] 그리고 일반성 표시 (*x)(…x)는 하나의 원형 x를 포함하고 있다(3.24).[21]

---

20) 비트겐슈타인은 1916년 12월 2일, 『일기 1914-1916』에서 다음과 같이 말한다. "일반성 표시와 논항 간의 유사성은 만일 우리가 ϕa 대신에 (ax)ϕx라고 쓰면 드러난다."(Wittgenstein (1961), p. 90) 여기에서 "(ax)ϕx"라는 기묘한 기호는, 결국 "ϕa"와 동일한 것이므로, "ϕx"의 변항 x에는 a가 그리고 오직 a만 대입된다("(ax)")는 것을 뜻할 것이다. 마찬가지로, fx_1 & fx_2 & fx_3 & fx_4 & …의 변항 x_1, x_2, x_3, x_4, …에는 논항 a, b, c, d, …가 그리고 오직 그것들만 대입된다.

21) 한대석은 "한 함수 기호의 원형은 그 논항의 원형과 동일하다"(Han (2013),

더 나아가 완전히 일반화된 명제 $(\exists\phi)(\exists x)\phi x$에서와 같이, 일반성 표시 $(*\phi)(*x)\phi x$는 논리적 원형 ϕx를 지시하며, $(\forall X)Xs$와 $(\forall x)Wx$에서와 같이, 일반성 표시 $(*X)(X\cdots)$와 $(*x)(\cdots x)$는 각각 상항 s와 W를 부각시킨다.[22] 그렇기 때문에, "일반성 표시에 독특한 것은, 첫째로 그것은 하나의 논리적 원형을 지시한다는 것이요, 둘째로 그것은 상항들을 부각시킨다는 것이다."(5.522)

4. 함수가 논항이 되는 함수

지금까지의 논의를 정리해 보자. 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다. "함수는 그 자신의 논항이 될 수 없다. 왜냐하면 함수 기호는 이미 그것의 논항의 원형을 포함하고 있으며, 또 그것은 자기 자신을 포함할 수 없기 때문이다." 물론 여기에서 '함수'는 명제 함수를 말한다. Wx라는 명제 함수는 s가 논항이 될 수 있는 것(그리하여 Ws라는 명제가 도출되는 것)과 달리, 자기 자신의 논항이 될 수 없다. 왜냐하면 Wx라는 함수 기호는 그것의 논항의 원형, 즉 x를 포함하고 있는데, 원형 x는 (일종의 유형과 같다는 점에서) s와 같은 표현을 제외한 W나 Wx와 같은 것의 대입을 허용하지 않기 때문이다. 다시 말해 W와 Wx는 s와는 유형이 다르기 때문에, 또는 s의 원형과 부합하지 않기 때문에, x에 대한 대입이 허용되지 않는다.

더 나아가 비트겐슈타인은 함수는 "자기 자신을 포함할 수 없다"고 주장한다. 이를 위해 그는 귀류법 논증을 제시하고 있다. 그는 "요컨대 함수 F(fx)가 자기 자신의 논항이 될 수 있을 거라고 가정해 보자."라고 말한 후에, 그러한 가정으로부터 모순이 도출됨을 보

---

p. 130)고 주장한다. 물론 이는 전혀 옳지 않다.

22) 참고: Ramsey (1931), pp. 123-124.

이려고 한다. 이제 그가 그 가정으로부터 어떤 한 명제가 산출된다고 간주하고 있음을 주목하자. 함수 F(fx)가 자기 자신의 논항이 된다고 가정하는 경우, 그 논항 자리는 개체 변항이거나 함수 변항일 것이다. 그러나 전자일 수는 없다. 왜냐하면 앞에서 지적한 바와 같이, 개체 변항 또는 원형 x는 그것과 유형이 다른 F(fx)의 대입을 허용하지 않기 때문이다. 러셀은 이를 다음과 같은 방식으로 설명할 것이다. 가령 Wx가 자신의 논항이 된다고 하자. 그러면 WWx가 도출될 것이며, 이는 "…는 현명하다는 현명하다"와 같다. 그러나 이는 문법에 맞지 않는, 무의미한 표현이며, 따라서 명제가 아니다.[23] 이는 F(fx)에 대해서도 마찬가지이다.

그렇기 때문에 함수 F(fx)는 논항 자리가 함수 변항일 때에만 자기 자신의 논항일 때 명제가 산출될 수 있다. 프레게가 예로 든 $\phi(2)$에 대해 생각해 보자(여기에서 ϕ는 변항, 즉 함수 변항이다). 프레게에 따르면, ϕ라는 논항 자리에 함수 $\xi + 1$을 대입하면 함수 $\phi(2)$의 값은 3이다. 또한 ϕ라는 논항 자리에 함수 $\xi + 1 = 4$를 대입하면 그 값은 ($2 + 1 = 4$의 지시체는 거짓이므로) 거짓이다. 프레게에 따르면, $\xi + 1 = 4$는 "논항이 대상인 함수"이며, 1단계 함수이다. 또한 $\phi(2)$는 "논항이 1단계 함수인 함수"로서 2단계 함수이다. 마찬가지로 프레게는 $(x)\phi x$와 $(\exists)\phi x$와 같은 함수를 2단계 함수라고 부른다. 그에 따르면, 가령 '$\sim(x)\sim(x^2 = 4)$'와 '$\sim(x)\sim$(x는 0보다 크다)'는 논항들이 1단계 함수인 2단계 함수이다."[24]

러셀 또한 이러한 프레게의 생각을 받아들인다. 그는 다음과 같이 말한다.

> 이제 우리는 다양한 새로운 함수들의 집합들을 갖게 된다. 먼저, 우리는 일차 함수인 논항을 지니는 이차 함수들을 갖는다. 우리는

---

23) 참고: Russell & Whitehead (1910), p. 40.

24) 참고: Frege (1893), pp. 36-39, 안토니 케니 (2002), p. 220.

> 이러한 종류의 변항 함수를 기호법 $f!(\hat{\phi}!\hat{z})$에 의해 지칭할 것이고, 그러한 함수의 값을 $f!(\phi!\hat{z})$로 나타낼 것이다. (…) 우리는 그러한 함수들을 "일차 함수들의 서술적 함수들"이라고 부를 것이다.[25)]

여기에서 2차 함수 $f!(\hat{\phi}!\hat{z})$에서 $\hat{\phi}!\hat{z}$는 함수 변항이고, 또 $\phi!\hat{z}$는 함수 상항이며, $\phi!\hat{z}$는 1차 함수임을 주목하자.

이제 우리의 물음은 다음과 같다. 비트겐슈타인은 "요컨대 함수 F(fx)가 자기 자신의 논항이 될 수 있을 거라고 가정해 보자. 그렇다면 "F(F(fx))"라는 명제가 주어질 것이다."라고 말한다. F(fx)는 함수, 즉 명제 함수이므로, 반드시 논항 자리를 지녀야 한다. 그렇다면 F(fx)에서 논항 자리는 무엇인가? 그리고 어떻게 그 논항 자리에 F(fx)를 대입하였기에 "F(F(fx))"라는 명제가 주어지는가?

먼저 "F(fx)"에서 논항 자리는 x일 수 없다. 왜냐하면 그렇다면 그 대입의 결과는 F(F(fx))가 아니라 F(f(F(fx))가 될 것이기 때문이다(사실상, 앞에서 지적하였듯이, 이러한 대입조차 허용되지 않는다). 마찬가지로 그 논항 자리는 f일 수 없다. 왜냐하면 그 대입의 결과는 F(F(fx)x)가 될 것이기 때문이다. 또한 그 논항 자리는 F일 수도 없다. 왜냐하면 그 대입의 결과는 F(fx)(fx)가 될 것이기 때문이다. 그렇다면 그 논항 자리는 무엇인가? 그것은 fx이다. 여기에서 비트겐슈타인은 러셀의 표기법을 거의 유사하게 따르고 있다. 러셀에 따르면, "우리는 일차 함수인 논항을 지니는 이차 함수들을 갖는다. 우리는 이러한 종류의 변항 함수를 기호법 $f!(\hat{\phi}!\hat{z})$에 의해 지칭할 것이고, 그러한 함수의 값을 $f!(\phi!\hat{z})$로 나타낼 것이다." 즉 $f!(\hat{\phi}!\hat{z})$에서 논항 자리는 $\hat{\phi}!\hat{z}$이고, 이 논항 자리인 함수 변항에 상항인 함수 $\phi!\hat{z}$를 대체할 때, 그 함숫값은 $f!(\phi!\hat{z})$이다. 마찬가지로 F(fx)에서 논항 자리는 함수 변항 fx이고, 여기에 대해 논항 F(fx)

25) Russell & Whitehead (1910), p. 52.

를 대입하면 "F(F(fx))"가 주어진다.

5. 함수와 형식

그러나 왜 F(fx)가 자기 자신의 논항이 될 거라고 가정하면, "F(F(fx))"라는 **명제**가 주어지는가? 앞에서 우리는 프레게의 2단계 함수와 러셀의 2차 함수를 살펴보았다. 그것들은 모두 1단계 함수를 논항으로 가지며, 지금 우리의 논의를 명제 함수에만 제한한다면, 그것들의 값은 프레게의 경우 진리치이며, 러셀의 경우 명제이다. 먼저 우리는 "요컨대 함수 F(fx)가 자기 자신의 논항이 될 수 있을 거라고 가정해 보자. 그렇다면 "F(F(fx))"라는 명제가 주어질 것이다."라는 언급으로부터, 그 값이 명제라는 점에서, 비트겐슈타인이 러셀의 생각을 따르고 있다는 것을 알 수 있다.

다음으로, 한 명제가 함수와 논항으로 분석된다는 것은 그 함수와 논항이 결합될 때 그 명제가 산출된다는 것을 뜻한다는 점을 유념하자. 가령 Ws라는 명제가 함수 Wx와 s로 분석된다는 것은 's'라는 표현이 Wx의 논항일 때 함수 Wx의 값은 명제 Ws라는 것을 뜻한다. 마찬가지로 한 명제 함수가 어떤 다른 명제 함수의 논항이 될 수 있다는 것은 그러한 대입의 결과가 명제라는 것을 뜻한다. 가령, 함수 $\phi(2)$에서 논항 자리 ϕ에 함수 $\xi + 1 = 4$를 대입하면 "$2 + 1 = 4$"라는 (수학적) 명제가 산출되듯이(여기에서 'ϕ'는 함수 변항이고, '$\xi + 1 = 4$'는 함수 상항임을 주목하자), 한 명제 함수가 어떤 다른 명제 함수의 논항이 될 수 있다는 것은 그러한 대입에서 명제가 산출된다는 것을 뜻한다. 따라서 함수 F(fx)가 자기 자신의 논항이 될 수 있다면, 그러한 규정에 의해서 "F(F(fx))"라는 명제가 주어진다.

그리하여 이제 우리는 가정에 의해 주어진 명제 "F(F(fx))"의 형

식에 대해서, 더 나아가 그 명제가 포함하고 있는 함수에 대해서 유의미하게 논의할 수 있다. 그리하여 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다.

> 요컨대 함수 F(fx)가 자기 자신의 논항이 될 수 있을 거라고 가정해 보자. 그렇다면 "F(F(fx))"라는 명제가 주어질 것이다. 그리고 이 명제에서 외부 함수 F와 내부 함수 F는 상이한 의미를 가져야 한다. 왜냐하면 그 내부 함수는 φ(fx)의 형식을 지니고, 외부 함수는 Ψ(φ(fx))의 형식을 지니기 때문이다. 그 두 함수에는 단지 "F"라는 문자만이 공통적인데, 그러나 그 문자는 그 자체로는 아무것도 지칭하지 않는다.

비트겐슈타인에 따르면, "F(F(fx))"라는 명제에서 외부 함수 F와 내부 함수 F는 상이한 의미를 가져야 한다. F(fx))는 φ(fx)의 형식을 지니고 있고, F(F(fx))는 Ψ(φ(fx))의 형식을 지니고 있다. 다시 말해 전자는 러셀의 2차 함수의 형식이고, 후자는 3차 함수의 형식으로 되어있다. 전자는 속성의 속성이고, 후자는 속성의 속성의 속성이다. 그렇기 때문에 외부 함수 F와 내부 함수 F는 상이한 의미를 가져야 한다.[26)]

비트겐슈타인은 그 다음에 "이것은 우리가 "F(F(u))" 대신에 "(∃φ):F(φu).φu = Fu"라고 쓴다면 곧 분명해진다."라고 말하고 있다. "(∃φ):F(φu).φu = Fu"에서 "F(φu)"를 보면 그것의 형식은 Ψ(φ(u))이다. 반면에 "φu = Fu"의 "Fu"를 보면 그것의 형식은 φ(u)이다. 다시 말해 외부 함수 F와 내부 함수 F가 형식이 상이하다는 것이

---

26) 물론 우리는 러셀이 "φ(φ$\hat{z}$)"가 무의미하다고 설명하는 것(참고: Russell & Whitehead (1910), pp. 40-41)처럼, "F(F(fx))"도 그러하다고 설명할 수 있을 것이다. 그러나 비트겐슈타인은 3.333에서 φ(2)와 같이 함수 변항에 함수 상항을 대입했을 때 명제가 산출되는 경우를 염두에 두고 있다. 그는 이 점에 관해서 다음과 같이 말한다: "여러분은 "f(f)"가 무의미하다고, 또는 괄호 밖의 "f"가 더 높은 차수의 함수를 나타낸다고 말할 수 있다."(Wittgenstein (1979), p. 224)

드러난다. 그러나 이것은 “F(F(u))”가 하나의 **명제**라는 것을 전제했을 때 성립한다. 왜냐하면 그러한 조건 하에서만 그것의 형식에 대해 논의할 수 있고, 또 그것과 논리적으로 동치인 것을 생각할 수 있기 때문이다.

그러나 3.333에서 왜 함수들은 형식이 다르면 상이한 의미를 지니는가? 왜냐하면 3.333에서 문제 삼고 있는 함수는 “실질적 함수”(5.44)이고, 비트겐슈타인은 함수와 연산을 엄격하게 구분하고 있기 때문이다. 가령 “x는 y의 왼쪽에 있다”는 실질적 관계를 나타내는 실질적인 함수이며, 이는 “x는 현명하다”라는 실질적 함수와는 형식이 다르므로, 왼편이라는 함수는 현명함이라는 함수와 의미가 다르다. 반면에 비트겐슈타인에 따르면, “∨, ⊃ 등등이 왼편, 오른편 따위와 같은 뜻에서의 관계들이 아니라는 것은 자명하다.”(5.42) 가령 p ∨ q는 p와 q의 실질적 관계를 다루는 함수가 아니다. 비트겐슈타인에 따르면, ∨는 연산이다. 그리고 ∼∼p = p에서와 같이, ∼과 같은 연산은 사라질 수 있다(5.254). ∼∼p와 p는 형식은 상이하지만 뜻은 같다. 그리하여 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다.

> 연산은 변항 속에서 드러난다; 그것은 어떻게 우리들이 명제들의 한 형식으로부터 다른 한 형식에 도달할 수 있는지를 보여 준다. 그것은 형식들의 차이를 표현한다. (5.24)
>
> 연산의 출현은 명제의 뜻을 특징짓지 않는다.
> 연산은 실로 아무것도 진술하지 않는다; 오직 연산의 결과만이 뭔가를 진술하며, 이것은 연산의 토대에 의존한다.
> (연산과 함수는 서로 혼동되어서는 안 된다.) (5.25)

가령 “∼”이라는 연산은 [p, ξ, ∼∼ξ]라는 변항 또는 형식에서 드러나며, 이에 따라 우리는 “p”로부터 “∼∼p”, “∼∼∼∼p”, “∼∼∼∼∼∼p” 등에 도달할 수 있다. 그것들은 모두 형식이 상이하

지만, 뜻은 동일하다. “연산의 출현은 명제의 뜻을 특징짓지 않는다.” 그렇기 때문에 명제는 형식이 상이하더라도 뜻이 동일할 수 있다.

반면에 함수, 즉 실질적 함수는 형식이 상이하면 그 의미도 상이하다. 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다.

> 그리고 만일 “~”이라고 불리는 대상이 존재한다면, “~~p”는 “p”와는 다른 어떤 것을 말하지 않으면 안 될 것이다. 왜냐하면 그 경우 전자는 ~을 다루는데, 후자는 그것을 다루지 않게 될 것이기 때문이다. (5.44)

이로부터 “~”이라고 불리는 대상이 존재하지 않는다는 것, 그리고 『논고』의 근본 사상, 즉 “논리적 상항들”은 대표하지를 않는다는 것(4.0312)이 따라 나온다. 마찬가지로, “F(F(fx))”가 명제라면, 그 명제에서 외부 함수 F는 F(fx)라는 속성, 즉 임의의 속성의 속성에 관한 것이고, 내부 함수 F는 fx라는 임의의 속성에 관한 것이다. 그렇기 때문에 그것들은 의미가 상이하다. 그렇게 되면 “F(F(fx))”는 뜻이 확정적인 것이 될 수 없으며, 이는 명제의 “뜻의 확정성”(3.23)에 위배된다. 그러므로 F(fx)는 자기 자신의 논항이 될 수 없으며, 함수 기호는 자기 자신을 포함할 수 없다. 더 나아가 “F(F(fx))”는 명제가 아니다.

6. 러셀의 역설에 대한 러셀의 해결

3.333은 “이로써 러셀의 역설은 풀린다.”라는 말과 함께 끝나고 있다. 그러나 당연하게도 어떻게 해서 러셀의 역설이 해결되었는지 우리는 대단히 의아하게 된다. 지금까지 비트겐슈타인이 보인 것은 F(fx)와 같은 함수는 자기 자신의 논항이 될 수 없다는 것이다. 만

일 그럴 수 있다면 명제 F(F(fx))가 산출되는데, 그렇게 되면 외부 함수 F와 내부 함수 F는 의미가 상이하게 되어서, 그 명제는 확정적인 뜻을 지닐 수 없다. 그러나 그렇다 할지라도 어떻게 해서 러셀의 역설은 해소되는가?

이를 이해하기 위해서는 우리는 러셀의 역설을 러셀 자신이 어떻게 해결하려고 시도했는지를 살펴보아야 한다. 왜냐하면 이를 이해할 때에만 비로소 비트겐슈타인의 해결 방법도 이해할 수 있기 때문이다.

러셀이 여러 역설에 대한 해결책으로서 제시한 것이 유형 이론이라는 것은 잘 알려져 있다. 그는 처음에는 『수학의 원리들』(*The Principles of Mathematics*)(1903)에서 러셀의 역설에 대한 해결책으로서 단순 유형 이론(simple theory of types)을 제시했으며, 나중에는 『수학 원리』(*Principia Mathematica*)(1910-1913)에서 분지 유형 이론(ramified theory of types)을 제시한다.

간단히 말하면, 단순 유형 이론에서는 개별자(individual)가 "대상의 가장 낮은 유형"(the lowest type of object)이고, 그 다음 높은 유형은 "개별자들의 집합들"이고, 그 다음 높은 유형은 "개별자들의 집합들의 집합들"이며, 계속 이와 같이 유형들이 형성된다. 다시 말해 그는 개별자, 개별자들의 속성, 개별자들의 속성의 속성, 개별자들의 속성의 속성의 속성 등을 구분하고 있는 것이다. 마찬가지로 2항 관계와 3항 관계 등등에 대해서도 유형을 정의할 수 있다.

반면에 분지 유형 이론에서는 이른바 악순환 원리(vicious-circle principle)[27]에 따라, "외관[속박] 변항의 값들의 범위"를 문제 삼는

27) 러셀은 역설들은 모두 소위 악순환 원리(vicious-circle principle)를 어겼기 때문에 발생한다고 진단한다. 러셀은 악순환 원리를 다음과 같이 규정한다. "한 모임의 **모든** 것을 포함하는 것은 무엇이든 그 모임의 하나여서는 안 된다." "만일, 어떤 한 모임이 어떤 한 전체를 지닌다고 할 때, 그것이 단지 그 전체에 의해 정의 가능한 원소들을 지니고 있다면, 그 말해진 모임은 어

다. 그리하여 유형 이론은 다소 복잡한 것으로 분지된다. 가령 다음의 (1)과 (2)는

(1) 나폴레옹은 지도력이 있다. La
(2) 나폴레옹은 위대한 장군의 모든 속성들을 지니고 있다.
$(\phi)\{f(\phi!\hat{z}) \supset \phi!a\}$

단순 유형 이론에서는 동일한 유형으로 분류되지만, 분지 유형 이론에서는 외관[속박] 변항의 범위와 위계에 따라 상이한 차수가 부여된다. (1)에서 지도력이 있음은 1차 속성이고, (2)에서 위대한 장군의 모든 속성들을 지님은 2차 속성이다.[28)]

러셀은 이러한 자신의 분지 유형 이론에 의거해서 러셀의 역설이 어떻게 해결될 수 있는지를 다음과 같이 밝히고 있다.

> 자기 자신의 원소들이 아닌 집합들의 집합에 관한 모순을 해결하기 위해서, 우리는, (…) 집합에 관한 명제는 그 집합을 정의하는 함수, 즉 그 집합의 원소들에 의해서만 만족되고 다른 논항들에 의해서는 만족되지 않는 함수에 관한 진술로 항상 환원되어야 한다고 가정할 것이다. 그리하여 한 집합은 예컨대 $(x).\phi x$가 함수 $\phi\hat{x}$를 전제하는 것과 마찬가지로, 한 함수로부터 도출되고 그 함수를 전제하는 대상이다. 따라서 한 집합은, 악순환 원리에 의해서, 그것을 정의하는 함수의 논항이 유의미하게 될 수 없으며, 다시 말해, 만일 우리가 $\phi\hat{z}$에 의해 정의된 집합을 "$\hat{z}(\phi z)$"로 나타낸다면, 기호 "$\phi\{\hat{z}(\phi z)\}$"는 무의미해야만 한다. 따라서 한 집합은 그것을 정의하는 함수를 만족하지도 않고 만족하지 않지도 않으며, 그리하여 (…) 자기 자신의 원소도 아니고 자기 자신의 원소가 아닌 것도 아니다. (…) 그리하여 만일 α가 한 집합이라면, "α는 α의 한 원소가 아니다"는 항상 무의미하며, 그러므로 "자기 자신의 원소들이 아닌 집합들의 집합"이라는 문구는 어떤 뜻도

떤 전체도 지니지 않는다."(Russell & Whitehead(1910), p. 37)
28) 참고: 박정일 (2017), pp. 74-78.

> 지니지 않는다. 따라서 그러한 집합이 존재한다고 가정하는 것으로부터 발생한 모순은 사라진다.[29]

여기에서 러셀은 집합에 관한 명제는 그 집합을 정의하는 함수에 관한 진술로 항상 환원된다고 가정하고 있다. 러셀에 따르면, 집합은 허구적 존재이고, 집합을 나타내는 기호는 불완전한 기호, 즉 "단독으로는 어떤 의미도 갖지 않지만 어떤 맥락들에서 단지 정의되는 기호"[30]이다. 집합은 그것을 정의하는 함수에 의해 주어지기 때문에, 러셀에 따르면, 한 집합은 "악순환 원리에 의해서, 그것을 정의하는 함수의 논항이 유의미하게 될 수 없다." 그리하여 $\phi\hat{z}$와 그것에 의해 정의된 집합 "$\hat{z}(\phi z)$"에 대해서, 기호 "$\phi\{\hat{z}(\phi z)\}$"는 무의미하다. 그런데 이는, 러셀에 따르면, 한 집합 α에 대해 "$\alpha \in \alpha$"와 "$\alpha \notin \alpha$"는 둘 다 무의미하다는 것을 뜻한다. 그리하여 "자기 자신의 원소들이 아닌 집합들의 집합"은 무의미하며, 러셀의 역설은 제거된다.

이제 문제는 위의 인용문에서 명시된 러셀의 가정이다. 즉 러셀은 집합에 관한 명제는 그 집합을 정의하는 함수에 관한 진술로 항상 환원된다고 가정하고 있다. 그렇다면 어떻게 그러한 환원은 가능한가? 먼저 $f\{\hat{z}(\phi z)\}$에 대해 생각해 보자. $\hat{z}(\phi z)$는 함수 $\phi\hat{z}$에 의해 정의된 집합이다. 따라서 $f\{\hat{z}(\phi z)\}$는 집합에 관한 명제이다. 이제 여기에서 ϕ를 변항으로 파악하면, $f\{\hat{z}(\phi z)\}$는 2차 함수가 된다. 러셀은 "$f\{\hat{z}(\phi z)\}$"를 유도 함수(derived function)라고 부르면서 다음과 같이 정의한다. 주어진 함수 $f(\psi!\hat{z})$에 대해서 유도 함수 "$f\{\hat{z}(\phi z)\}$"는 다음과 같다: "$\phi\hat{z}$와 형식적으로 동치이고 f를 만족하는 서술적 함수 $\psi!\hat{z}$가 존재한다."[31] 러셀은 이 유도 함수에 대

---

29) Russell & Whitehead (1910), pp. 62-63.

30) Russell & Whitehead (1910), p. 66.

31) Russell & Whitehead (1910), p. 74.

해서 다음과 같이 말한다.

> 따라서 만일 우리의 원래의 함수가 $f(\psi!\hat{z})$라면, 우리는 그 유도된 함수를 $f\{\hat{z}(\phi z)\}$으로 쓰는데, 여기에서 "$\hat{z}(\phi z)$"는 "$\phi\hat{z}$를 만족하는 논항들의 집합", 또는 더 단순하게 "$\phi\hat{z}$에 의해 결정된 집합"이라고 읽을 수 있다. 그리하여 "$f\{\hat{z}(\phi z)\}$"는 "$\phi\hat{z}$와 형식적으로 동등하고 $f(\psi!\hat{z})$가 참인 서술적 함수 $\psi!\hat{z}$가 존재한다."를 의미한다. 이것은 실제로는 $\phi\hat{z}$의 함수이지만, 우리는 그것을 마치 그것이 논항 $\hat{z}(\phi z)$를 갖는 것처럼 기호적으로 다룬다.[32]

그리하여 러셀은 이를 다음과 같이 기호로 나타내고 있다.

$$f\{\hat{z}(\phi z)\}. = : (\exists\psi): \phi x. =_x \psi!x : f\{\psi!\hat{z}\} \quad \text{Df.}$$

유도 함수에 대한 이 정의에 의해서 집합에 관한 명제는 그 집합을 정의하는 함수에 관한 진술로 환원된다.

다음으로 러셀은 한 집합과 원소의 관계(membership)를 다룬다. 그는 기호 "$x \in \hat{z}(\phi z)$"를 다음과 같은 과정을 거쳐 정의한다. 먼저 기호 "$x \in \hat{z}(\phi z)$"는 다음과 같다.

x는 $\phi\hat{z}$에 의해 결정된 집합의 한 원소이다.

그런데 이는 러셀에 따르면, $f\{\hat{z}(\phi z)\}$ 형식의 함수이다. 그렇기 때문에 그것은 어떤 대응하는 함수 $f\{\psi!\hat{z}\}$로부터 유도되어야 한다. 그것은 $(\exists\psi): \phi x. =_x \psi!x : f\{\psi!\hat{z}\}$이고, 여기에서 "$f\{\psi!\hat{z}\}$"는 "x는 $\psi!\hat{z}$에 의해 결정된 집합의 한 원소이다"를 뜻하게 될 것이다. 이를 러셀은 "$x \in \psi!\hat{z}$"로 기호화한 후 다음과 같이 정의한다.

32) Russell & Whitehead (1910), p. 75.

$$x \in \psi!\hat{z} \;.=.\; \psi!x \quad \mathrm{Df.}$$

이어서 러셀은 다음과 같이 말한다. “이 정의는 “$x \in \hat{z}(\phi z)$”에 의미를 부여하기 위해서 필요할 뿐이며, 그것이 부여하는 의미는, $f\{\hat{z}(\phi z)\}$의 정의에 의해서, $(\exists\psi)$: $\phi y. \equiv_y . \psi!y : \psi!x$이다.”[33] 이로부터 우리는 여기에서 러셀이 “$f\{\psi!\hat{z}\}$”, “x는 $\psi!\hat{z}$에 의해 결정된 집합의 한 원소이다”, “$x \in \hat{z}(\phi z)$”, 그리고 “$\psi!x$”를 동일한 것으로 규정하고 있음을 알 수 있다.

러셀의 역설은 $S = \{x \mid x \notin x\}$로부터 발생하므로, “$x \notin x$”가 무의미하다면 그러한 집합 S는 애초에 존재하지 않으며, 그리하여 모순은 제거된다. 이제 x가 개별자의 집합일 때, “$x \in x$”와 “$x \notin x$”가 왜 무의미한지에 대해 러셀이 어떻게 해명했는지를 살펴보자. 러셀은 다음과 같이 말한다.

> (…) “$\hat{z}(\phi z) \in \hat{z}(\phi z)$”가 무의미해야 한다는 요건에 대해 생각해 보자. $f\{\hat{z}(\phi z)\}$의 정의를 적용할 때, 만일 이 기호들의 모임이 의미가 있다면 그것은
>
> $$(\exists\psi): \phi x. \equiv_x . \psi!x : \psi!\hat{z} \in \psi!\hat{z}$$
>
> 를 의미하게 될 것이라는 것을 우리는 알게 된다. 즉 다음의 정의에 의해서
>
> $$x \in \psi!\hat{z} \;.=.\; \psi!x \quad \mathrm{Df.}$$
>
> 그것은 $(\exists\psi)$: $\phi x. \equiv_x . \psi!x : \psi!(\psi!\hat{z})$를 의미한다. 그러나 여기에서 기호 “$\psi!(\psi!\hat{z})$”가 나타나는데, 이는 한 함수를 논항으로서 자기 자신에게로 할당한다. 그러한 기호는 항상 무의미하다. (…) 따라서 “$\hat{z}(\phi z) \in \hat{z}(\phi z)$”는 무의미하다. (…)[34]

여기에서 러셀은 “$\hat{z}(\phi z) \in \hat{z}(\phi z)$”를 $f\{\hat{z}(\phi z)\}$으로 파악한 다음,

---

33) Russell & Whitehead (1910), p. 78.

34) Russell & Whitehead (1910), p. 79.

유도 함수 $f\{\hat{z}(\phi z)\}$에 대응하는 함수 $f(\psi!\hat{z})$를 "$\psi!\hat{z} \in \psi!\hat{z}$"로 기호화하고 있으며, 그 다음에 여기에 정의 $x \in \psi!\hat{z} . = . \psi!x$를 적용하여 $(\exists\psi): \phi x. \equiv_x . \psi!x : \psi!(\psi!\hat{z})$를 얻어내고 있다. 그런데 러셀에 따르면, 여기에서 $\psi!(\psi!\hat{z})$는 무의미하다. 그렇기 때문에 개별자들의 집합 x에 대해서, "$x \in x$"와 "$x \notin x$"는 무의미하다.

마지막으로 앞의 논의로부터 우리는 러셀이 집합들의 집합을 어떻게 논의할지를 충분히 짐작할 수 있다.[35] $f\{\hat{z}(\phi z)\}$의 정의에 따라, 집합들의 집합을 $f\{\hat{z}(\phi z)\}$를 만족하는 $\hat{z}(\phi z)$의 값들로 이루어진다고 간주하는 것은 자연스럽다. 이제 $\hat{z}(\phi z)$를 α로 놓자. 그러면 $f\alpha$를 만족하는 α의 값들의 집합을 우리는 $\hat{\alpha}f(\alpha)$로 놓을 수 있다. 그러면 우리는 $f\{\hat{z}(\phi z)\}$와 동일한 방식의 정의에 따라 다음을 얻을 수 있는데,

$$F\{\hat{\alpha}f(\alpha)\}. = : (\exists g): f\beta. \equiv_\beta . g!\beta : F\{g!\hat{\alpha}\} \quad \text{Df.}$$

여기에서 α와 β는 변항 집합을 나타내며, "β"는 형식 $\hat{z}(\psi!z)$의 표현을 나타낸다. 러셀은 "$\hat{z}(\phi z) \in \hat{z}(\phi z)$"가 무의미한 것처럼 "$\hat{\alpha} f(\alpha) \in \hat{\alpha}f(\alpha)$"도 무의미하다고 주장하게 될 것이다. 전자가 무의미한 이유는 "$\psi!\hat{z} \in \psi!\hat{z}$", 즉 "$\psi!(\psi!\hat{z})$"가 무의미하기 때문이었다. 따라서 후자가 무의미한 이유는 "$g!\hat{\alpha} \in g!\hat{\alpha}$", 즉 "$g!(g!\hat{\alpha})$"가 무의미하기 때문이다.

7. 러셀의 역설에 대한 비트겐슈타인의 해결

앞에서 지적했듯이, 3.333에서 핵심적인 문제는 왜 비트겐슈타인

---

35) Russell & Whitehead (1910), p. 79.

이 F(fx)라는 함수와 또 그것이 자신의 논항이 되는 명제 F(F(fx))를 문제 삼고 있으며, 이것들이 러셀의 역설과 정확하게 어떤 관련이 있느냐 하는 것이다. 우리는 이를 러셀의 유도 함수와 1913년 비트겐슈타인이 노르웨이에서 러셀에게 보낸 편지의 내용을 비교함으로써 그 결정적인 실마리를 얻을 수 있다. 그 편지에서 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다.

> 만일 선생님의 환원 가능성 공리가 성립하지 않는다면, 많은 것들이 변경되어야 할 것입니다. 다음을 집합들의 정의로 사용하는 것은 어떤지요?
>
> $F[\hat{z}(\phi z)] =: \phi x \equiv x\ \psi x. \supset \psi. F(\psi)$ Def.[36]

물론 이러한 비트겐슈타인의 제안은 러셀의 정의

$$f\{\hat{z}(\phi z)\}. = : (\exists\psi): \phi x. =_x \psi!x : f\{\psi!\hat{z}\} \quad \text{Df.}$$

와 관련 있다. 이 러셀의 정의에는 환원 가능성 공리가 포함되어 있다. 왜냐하면 주어진 임의의 함수 ϕx에 대해서 그것과 형식적으로 동등한($\phi x. =_x \psi!x$) 서술적 함수 ψ!x가 존재한다는 것이 환원 가능성 공리이기 때문이다. 환원 가능성 공리는 성립하지 않으므로, 비트겐슈타인에 따르면, 이러한 러셀의 정의는 수정되어야 한다.[37]

이제 비트겐슈타인이 제안한 위의 정의에 따를 때 "$\hat{\alpha}f(\alpha) \in \hat{\alpha}f(\alpha)$"가 어떻게 서술될 것인지를 살펴보자. 이는 러셀이 제시한 방

---

36) Wittgenstein (1961), p. 127; p. 128. 원문은 "$F[\hat{x}(\phi x)] =: \phi z \equiv_z \psi x. \supset_\psi. F(\psi)$ Def."이지만, 명백하게도 여기에는 오자가 포함되어 있으며, 이는 "$F[\hat{x}(\phi x)] =: \phi x \equiv_x \psi x. \supset_\psi. F(\psi)$ Def." 또는 "$F[\hat{z}(\phi z)] =: \phi z \equiv_z \psi z. \supset_\psi. F(\psi)$ Def." 또는 "$F[\hat{z}(\phi z)] =: \phi x \equiv_x \psi x. \supset_\psi. F(\psi)$ Def."로 수정되어야 한다.

37) 참고: 박정일 (2017).

식을 따라가면 알 수 있다. 러셀은 다음과 같은 방법으로 그것이 어떻게 변형되는지를 보였다.

$f\{\hat{z}(\phi z)\}. = : (\exists\psi): \phi x. =_x \psi!x : f\{\psi!\hat{z}\}$ Df.

"$\hat{z}(\phi z) \in \hat{z}(\phi z)$"의 경우:

$(\exists\psi): \phi x. \equiv_x . \psi!x : \psi!\hat{z} \in \psi!\hat{z}$

$x \in \psi!\hat{z}. =. \psi!x$ Df.

$(\exists\psi): \phi x. \equiv_x . \psi!x : \psi!(\psi!\hat{z})$

$F\{\hat{\alpha}f(\alpha)\}. = : (\exists g): f\beta. \equiv_\beta . g!\beta : F\{g!\hat{\alpha}\}$ Df.

"$\hat{\alpha}f(\alpha) \in \hat{\alpha}f(\alpha)$"의 경우:

$(\exists g): f\beta. \equiv_\beta . g!\beta : g!\hat{\alpha} \in g!\hat{\alpha}$

$\beta \in g!\hat{\alpha} =. g!\beta$ Df.

$(\exists g): f\beta. \equiv_\beta . g!\beta : g!(g!\hat{\alpha})$

이제 비트겐슈타인의 정의 $F[\hat{z}(\phi z)] =: \phi x \equiv_x \psi x. \supset_\psi. F(\psi)$ Def.로부터 $F\{\hat{\alpha}f(\alpha)\}$는 다음과 같이 정의될 것이다.

$F\{\hat{\alpha}f(\alpha)\}. = : f\beta. \equiv_\beta . g\beta. \supset_g. F(g)$ Df.

이 정의를 "$\hat{\alpha}f(\alpha) \in \hat{\alpha}f(\alpha)$"에 적용하면 우리는 다음을 얻는다.

$f\beta. \equiv_\beta . g\beta. \supset_g. g\hat{\alpha} \in g\hat{\alpha}$

여기에서 우리는 러셀과 유사한 방식으로 다음과 같은 정의를 생각할 수 있다.

$$\beta \in g\hat{\alpha} =. g\beta \quad \text{Df.}$$

최종적으로 우리는 다음을 얻는다.

$$f\beta. \equiv_{\beta} . g\beta. \supset_{g}. g(g\hat{\alpha})$$

여기에서 α는 $\hat{z}$(ϕz)임을 유념하자. 러셀은 g!(g!$\hat{\alpha}$)가 무의미하므로 “$\hat{\alpha}$f(α) $\in$ $\hat{\alpha}$f(α)”가 무의미하다고 주장하였다. 비트겐슈타인은 말하자면, 3.333에서 g(g$\hat{\alpha}$)에서 외부 함수 g와 내부 함수 g는 의미가 상이하게 되므로, “$\hat{\alpha}$f(α) $\in$ $\hat{\alpha}$f(α)”는 허용되지 않는다고 주장하고 있다. 만일 비트겐슈타인이 문자 그대로 러셀의 해결책을 받아들였다면, 그는 F(F(fx))가 아니라 F!(F!(fx))를 언급했을 것이다. 그러나 그는 러셀의 환원 가능성 공리를 거부하였고 더 나아가 러셀의 서술적 함수와 비-서술적 함수라는 구분을 거부하였으므로,[38] 그리고 자신의 새로운 정의에 따라 유도 함수를 달리 정의하였으므로, g(g$\hat{\alpha}$)를 문제 삼고 있으며, 바로 이것에 대응하는 것이 F(F(fx))인 것이다.[39][40]

---

38) 박정일 (2017), p. 93.

39) Ishiguro (1981), pp. 51-53, Ruffino (1994), pp. 411-412, Jolley (2004), pp. 292-293, Floyd (2005), pp. 93-94, Han (2013), pp. 137-139는 모두 3.333에서 비트겐슈타인이 왜 “F(F(fx))”를 문제 삼고 있으며, 이것과 러셀 자신의 해결과 어떤 관련이 있는지를 전혀 파악하지 못하고 있다.

40) 한 심사위원은 이 논문의 초고에서 프레게의 의미 이론과 러셀의 분지 유형 이론에 관한 나의 서술에 오류가 있음을 정확하게 지적해 주었다. 이 자리를 빌려 세 분의 심사위원께 깊이 감사드린다.

참고문헌

박정일 (2013), “전기 비트겐슈타인의 프레게 의미이론 비판”,『논리연구』, 제16집 3호, 347-380쪽.

박정일 (2014), “『논리-철학 논고』의 일반성 개념에 관하여”,『논리연구』, 제17집 1호, 1-31쪽.

박정일 (2017), “비트겐슈타인과 환원 가능성 공리”,『논리연구』, 제20집 1호, 69-96쪽.

버트런드 러셀 (2008),『나는 이렇게 철학을 하였다』, 곽강제 옮김, 서광사.

비트겐슈타인 (2006), 이영철 옮김,『논리-철학 논고』, 책세상.

안토니 케니 (2002), 최원배 옮김,『프레게』, 서광사.

Anscombe, G. E. M. (1959), *An Introduction to Wittgenstein's Tractatus*, London: Hutchinson University Library.

Black, M. (1964), *A Companion to Wittgenstein's ‘Tractatus’*, Ithaca, New York: Cornell University Press.

Fogelin, R. J. (1987), *Wittgenstein*, second edition, First published 1976, New York: Routledge.

Frege, G. (1893), *Grundgesetze der Arithmetik*, Jena: Verlag von Hermann Pohle.

Frege, G. (1997), *The Frege Reader*, edited by Michael Beaney, Blackwell Publishing.

Floyd, J. (2005), “Wittgenstein on Philosophy of Logic and Mathematics,” in *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*, ed. by Stewart Shapiro, Oxford University Press, pp. 76-128.

Han, D. (2013), “Wittgenstein on Russell's Theory of Logical Types,” *Journal of Philosophical Research*, 38, pp.115-146.

Ishiguro, H. (1981), “Wittgenstein and the Theory of Types,” in

Perspectives on the Philosophy of Wittgenstein, ed. by Ian Block, Oxford: Basil Blackwell, pp. 43-59

Jolley, K. D. (2004), "Logic's Caretaker—Wittgenstein, Logic and the Vanishment of Russell's Paradox", *The Philosophical Forum* 35, pp. 281-309.

Kremer, M. (1992), "The Multiplicity of General Propositions," *Noûs*, 26, pp. 409-426.

Mounce, H. O. (1981), *Wittgenstein's Tractatus: An Introduction*, Basil Blackwell, Oxford.

Ramsey, F. P. (1931), *The Foundations of Mathematics and other Logical Essays*, London: Routledge & Kegan Paul LTD.

Ruffino, M. A. (1994), "The Context Principle and Wittgenstein's Criticism of Russell's Theory of Types," *Synthese* 98, pp. 401-414.

Russell, B. (1956), *Logic and Knowledge*, New York: The Macmillan Company.

Russell, B. (1959), *My Philosophical Development*, London: George Allen & Unwin Ltd..

Russell, B. (1992), *The Principles of Mathematics*, London: Routledge.

Russell, B. & Whitehead, A. N. (1910), *Principia Mathematica*, volume 1, Merchant Books.

Russell, B. (2007), *Introduction to Mathematical Philosophy*, Cosimoclassics, New York.

Wittgenstein, L. (1961), *Notebooks 1914-1916*, translated by G. E. M. Anscombe, New York and Evanston: Harper & Row, Publishers.

Wittgenstein, L. (1922), *Tactatus Logico-Philosophicus*, Translated by C. K. Ogden, London, Boson and Henley: Routledge

& Kegan Paul LTD.
Wittgenstein, L. (1979), *Wittgenstein's Lectures, Cambridge, 1932-1935,* Edited by Alice Ambrose, Great Books in Philosophy, Prometheus Books.

숙명여자대학교 기초교양대학
Sookmyung Women's University, College of General Education
willsam@sookmyung.ac.kr

ARTICLE ABSTRACTS

The Early Wittgenstein on Russell’s Paradox

Jeong-il Park

Wittgenstein declares in the *Tractatus Logico-Philosophicus* that he resolved Russell’s Paradox. According to him, a function cannot be its own argument. If we assume that a function F(fx) can be its own argument, a proposition “F(F(fx))” will be given, where the outer function F has a meaning different from the inner function F. In consequence, “F(F(fx))” will not be able to have a definite sense. Why, however, does Wittgenstein call into question a function F(fx) and “F(F(fx))”? To answer this question, we must examine closely Russell’s own resolution of Russell’s Paradox. Only when we can understand Russell’s resolution can we do Wittgenstein’s resolution. In particular, I will endeavor to show that the idea in Wittgenstein’s 1913 letter to Russell provides a decisive clue for this problem.

Key Words: Wittgenstein, *Tractatus*, Russell’s Paradox, Function, Argument