논리연구 19-3(2016) pp. 369-400

두 딸 문제와 선택 효과*

김 명 석

【국문요약】 ‘한 어머니 상금 씨가 낳은 두 아이 가운데 적어도 하나는 딸이다’라는 정보를 입수했을 때 ‘상금 씨의 두 아이가 모두 딸이다’를 우리는 얼마큼 믿을 수 있는가? 이 확률이 1/3이라는 것은 거의 분명해 보인다. 그런데 상금 씨가 ‘보미는 내 딸이다’라는 정보를 새로 더 알려줄 경우 많은 학자들은 우리의 확률이 1/3에서 1/2로 바뀌어야 한다고 말한다. 하지만 나는 그 확률이 여전히 1/3에 머물러야 한다고 주장한다. 증거와 가설의 지지 관계나 정보 유입과 확률 변화를 가늠하기 위해 조건화 규칙을 사용할 때 우리가 주의해야 할 점이 있다. 관련 정보 또는 증거가 어떤 절차를 거쳐 우리에게 주어졌는지를 따져보아야 한다. 해당 증거가 마구잡이로 주어졌다고 여길 수 없을 때는 조건화 규칙을 조심해서 사용해야 한다. 다시 말해 특정 관찰, 증언, 증거가 주어지도록 정보를 갖고 있는 누군가가 그 증거를 각별히 선택하지는 않았는지 잘 따져야 한다. 관련 정보 또는 증거가 우연히 주어지지 않고 그 정보를 이미 알고 있는 사람이 그 정보를 각별히 골라 우리에게 제공한 것이라면, 그 정보는 때때로 우리의 믿음직함을 바꿀 만한 정보가 되지 못한다.

【주요어】 두 딸의 문제, 무작위 추출, 반성 원리, 조건부 확률, 치우친 절차

투고일: 2016.10.2 심사 및 수정완료일: 2016.10.17 게재확정일: 2016.10.18

* 김한승 선생은 이 연구에 깊이 들어가도록 이끌었고, 이충형 선생은 이 연구의 중요성을 강조하며 향후 연구를 독려했다. 이 논문의 초안은 2016년 4월 23일 한국외국어대학교에서 열렸던 한국논리학회 봄 학술대회에서 발표되었다. 당시 박일호 선생이 논평을 맡아서 중요한 지적을 해주셨고, 그 전후에 정성과 우정 어린 여러 차례 토론들 덕분에 논문을 크게 개선시킬 수 있었다. 김준걸, 여영서, 원치욱, 이정민, 전영삼, 최원배, 한성일 선생 등의 질문 때문에 논문을 조금 더 명료하게 해야 했다. 6월 2일에는 서울대 의생명지식공학연구실에서 같은 내용으로 발표했는데 김홍기 선생 등 많은 연구자들이 논문을 개선하도록 자극했다. 이 논문의 세 심사자께서는 매우 유익한, 아주 길고 꼼꼼한 논평을 보내주셨는데, 그 지적들에 응답하여 논문을 수정 및 보완했다. 이 모든 이들에게 고마움을 전한다.

1. 가드너, 포크, 포쉬의 물음들

마틴 가드너는 1959년 『사이언티픽 아메리카』에서 ‘두 아이 문제’로 알려진 물음을 던졌다.

> 스미스에게 두 아이가 있다. 적어도 한 아이는 아들이다. 두 아이들 모두 아들일 확률은 얼마인가?
> 존스에게 두 아이가 있다. 큰 아이는 딸이다. 두 아이 모두 딸일 확률은 얼마인가?

딸이든 아들이든 아이를 낳는 사람은 어머니이기 때문에 존스와 스미스를 여사 또는 어머니로 간주하겠다. 첫째 물음을 “스미스의 두 아이 문제”라고 부르고, 둘째 물음을 “존스의 두 아이 문제”라고 부르자. 이 물음들의 목적은 여아출산율, 남아출산율, 자녀들 성별의 독립성, 성별 선호 등을 탐구하는 것이 아니다.[1] 생물 통계학에서 이 문제는 매우 중요하겠지만 우리는 문제의 단순성을 위해 다음을 가정한다. 먼저 여아출산율과 남아출산율은 같다. 그 다음 둘째 아이의 성별은 첫째 아이의 성별에 영향 받지 않는다. 끝으로 쌍둥이의 경우에도 앞의 두 가정이 성립한다.

가드너는 존스의 두 아이 문제에 대해 1/2이라 답하고, 스미스의 두 아이 문제에 대해 1/3이라고 답했다. 그는 나중에 「확률과 애매함」이라는 칼럼에서 둘째 물음에 대한 답을 바꾸었다.[2] 이 물음의

---

[1] 이 문제와 관련된 실제 통계에 대해서는 Rodgers & Doughty (2001); Carlton & Stansfield (2005)를 보라. 미국 NHIS 자료에 따르면, 남아출산율이 다소 높고, 첫째가 딸인 경우 둘째는 아들인 경우가 약간 많고, 첫째가 아들인 경우 둘째는 딸인 경우가 약간 많다고 한다. 1988년에서 2002년까지 자료에 따르면, 두 딸을 낳은 가정은 22.95%인 반면 두 아들을 낳은 가정은 25.70%이다. Carlton & Stansfield (2005), p. 108. 하지만 첫째 아이의 성별과 둘째 아이의 성별이 독립이지 않다는 또렷한 증거는 아직 없는 듯하다.

답변이 “적어도 한 아이는 아들이다”라는 정보가 얻어지는 과정에 달려 있다면서 스미스의 두 아이 문제의 답변이 1/2이 될 수 있다고 주장했다. 스미스라는 어머니를 어떻게 선택하고, “적어도 한 아이는 아들이다”라는 정보가 어떻게 주어지는지에 따라 그 답이 달라진다는 것이다. 만일 스미스가, 두 아이를 낳았고 그 중에서 적어도 하나가 아들인 어머니들의 모임에서 마구잡이로 뽑힌 사람이라면, 스미스의 두 아이 문제의 답변은 1/3이다. 수학자인 타냐 코바노바는 이러한 절차를 “아들 중심 절차”라고 불렀다.[3)]

루마 포크는 1978년에 출판된 책에서 다음과 같은 물음을 물었다.

> 스미스는 두 아이의 아버지이다. 우리가 거리에서 소년과 함께 걷고 있는 그를 만났을 때 그는 함께 있는 소년이 자기 아들이라고 자랑스럽게 소개했다. 스미스의 다른 아이도 아들일 확률은 얼마인가?[4)]

---

2) Gardner (1987), pp. 220-232.

3) 코바노바에 따르면, 우리에게 주어진 정보 “적어도 한 아이는 아들이다”가 다른 절차에 따라 주어졌다면 그 답은 다른 값을 가질 수 있다. 스미스를 두 아이가 있는 어머니들의 모임에서 마구잡이로 뽑은 다음, 다음과 같은 절차에 따라 우리에게 “적어도 한 아이는 아들이다”라는 정보가 주어진다고 해보자. 만일 스미스가 두 아들을 낳았다면, “적어도 한 아이는 아들이다”라는 정보를 우리에게 준다. 만일 스미스가 두 딸을 낳았다면, “적어도 한 아이는 딸이다”라는 정보를 우리에게 준다. 만일 스미스가 딸과 아들을 낳았다면, 동전을 던져 “적어도 한 아이는 아들이다”와 “적어도 한 아이는 딸이다”라는 정보 중에서 하나를 우리에게 준다. 코바노바는 이 절차를 “성별 중립 절차”라고 불렀다. 이 절차에 따라 우리에게 “적어도 한 아이는 아들이다”라는 정보가 주어졌다면, 스미스의 두 아이 문제의 답변은 1/2이다. Khovanova (2012), p. 21. 이 값이 1/2이라는 그의 주장은, 내 생각에, 틀리지 않았다. 나아가 코바노바는 그 답변이 1이 되는 절차와 0이 되는 절차도 제시했지만, 우리가 그런 유별난 절차들을 여기서 고려할 필요는 없다.

4) Bar-Hillel&Falk (1982), p. 109.

포크의 물음에 대해서 많은 학자들이 1/2이라고 답해야 한다고 주장한다. 또한 이론 물리학자 레오나르드 믈로디노프는 2008년에 출판된 『고주망태 걸음』에서 한 아이의 이름을 알려주는 것이 두 아이의 성별이 같을 확률을 바꾼다고 주장한다.[5)]

2010년 제9차 가드너 모임에서 게리 포쉬는 새로운 물음을 물어, 1959년 가드너의 처음 물음을 다시금 유행시켰다. BBC 뉴스에서는 「화요일 아들」이라는 제목으로 칼럼이 나갔다.[6)]

> 나는 두 아이를 두고 있다. 하나는 화요일에 태어난 아들이다. 내 아이 둘 다가 아들일 확률은 얼마인가?

한 아이가 각 요일에 태어날 확률은 사실상 다르지만 여기서는 모두 같다고 가정하자. 포쉬는 자기 물음의 답변이 13/27이어야 한다고 주장했다. 포쉬의 물음과 답변이 발표된 이후 몇몇 저자들은 두 아이를 낳았으면서 화요일에 태어난 아들을 둔 어머니를 우리가 어떻게 알게 되었는지에 따라 그 답변이 다를 수 있다고 지적했다.[7)] 포쉬의 물음과 답변은 다음과 같이 일반화할 수 있다. 한 아이가 어떤 속성 P를 가질 확률이 p인 경우, "한 아이는 P를 가진 아들이다"라는 정보가 새로 보태질 경우, 그 어머니의 두 아이가 모두 아들일 확률은 1/3에서 (2-p)/(4-p)로 바뀐다.[8)]

---

5) "적어도 한 아이가 딸이다"라는 정보만 주면 두 아이 모두 딸일 확률은 1/3이지만, 그 딸아이 이름이 플로리다라는 것을 알려주면 그 확률은 1/2로 바뀐다는 것이다. Milodinow (2008), pp. 145-154.

6) Hawkins (2010).

7) 코바노바는, 성별 중립 절차를 밟을 경우, 요일 중심 절차를 밟든 요일 중립 절차를 밟든, 포쉬 물음의 답변이 1/2이라고 주장한다. 하지만 만일 성별 중심 절차를 밟고 요일 중립 절차를 밟을 경우, 그 답변은 1/3이다. 만일 성별 중심 절차를 밟고 요일 중심 절차를 밟을 경우, 그 답변은 13/27이다. Khovanova (2012), pp. 22-23.

8) 김한승 · 김명석 (2013), pp. 104-105. 한 아이가 화요일에 태어날 확률은

2. 두 딸 문제

여태 제안된 여러 물음들 중에서 우리가 따져 볼 문제를 또렷이 드러내 보자. 우리는 상금 씨를 순전히 우연히 만났다. 그는 확률, 신념도, 믿음직함에 대해 토론하려는 의도를 갖고 우리에게 접근한 것이 아니다.[9] 우리가 아는 것은 상금 씨가 두 아이를 두고 있고 적어도 한 아이는 딸이라는 사실이다.[10] 우리가 상금 씨를 우연히 만났다는 것은 다음을 뜻한다. 상금 씨는 두 아이를 두고 있으면서 그 가운데 적어도 하나가 딸인 어머니들 가운데서 마구잡이로 뽑힌 사람이다.

- 물음 기역: 상금 씨는 우리에게 이렇게 물었다. "나의 아이들 모두가 딸일 믿음직함은 얼마인가?"
- 물음 니은: 물음 기역을 물은 뒤에 상금 씨는 자기 딸 이름이 '보미'라면서 우리에게 이렇게 물었다. "나의 아이들 모두가 딸일 믿음직함은 얼마인가?"[11]

1/7이기 때문에, (2-p)/(4-p)에서 p 자리에 1/7을 대입하면, 13/27이다. 한 아들이 가진 속성 '화요일에 태어나지 않음', '오후에 태어남', '가을에 태어남', '빨간 머리를 가짐', '1월 2일에 태어남' 등에 따라 포쉬 식 물음들의 답변이 달라진다. Taylor & Stacey (2014). 한 아들의 이런 속성들이 왜 다른 아이가 아들일 확률을 높일 수 있을까?

9) 국내 학자들이 통상 "신념도"(credence)라고 쓰는 것을 이 글에서는 "믿음직함"이라고 쓰고, "조건부 확률"은 "조건부 믿음직함"이라 쓰겠다.

10) 우리는 "적어도"를 빼도 된다. "상금 씨의 한 아이는 딸이다"가 참이면 "상금 씨의 적어도 한 아이는 딸이다"도 참이고, 후자가 참이면 전자도 참이다. "둘 가운데 적어도 한 아이는 딸이다"라고 말하는 대신에 "두 아이가 모두 아들인 것은 아니다"라고 말하는 것이 더 또렷해 보인다.

11) 우리는 물음 니은을 주로 묻겠지만, 앞으로 나올 우리의 이야기는 다음과 같은 물음에도 거의 똑같이 적용될 수 있다. 물음 기역을 물은 뒤에 상금 씨는 우리에게 자기 딸 하나를 보여주며 이렇게 물었다. "나의 아이들 모두가 딸일 믿음직함은 얼마인가?"

이들 물음에 대해 많은 학자들은 각각 1/3과 1/2이라고 답한다.

이들 물음은 정보와 믿음직함 사이의 관계 즉 조건부 믿음직함의 문제를 다루고 있다. 우리는 “상금 씨에게 두 아이가 있고 적어도 하나는 딸이다”라는 배경 정보를 갖고 있다. 이 배경 정보 또는 배경 명제를 O라고 하자. 이런 배경 정보 O 말고도 우리는 이내 다른 정보 B를 추가로 얻게 될 것이다.

O: 우리는 상금 씨를 우연히 만났는데, 그는 두 아이를 두고 있으면서 그 가운데 적어도 하나가 딸인 어머니들 가운데서 마구잡이로 뽑힌 사람이다.
B: 물음 기역을 물은 뒤에 상금 씨는 자기 딸 이름이 ‘보미’라고 말하는 것으로 보아, 보미는 상금 씨의 딸이다.
T: 상금 씨의 두 아이 모두 딸이다.

많은 이들은 아래 믿음직함 값에 동의할 것이다. 아래 믿음직함 함수 C(X)는 정보 O를 알고 있는 우리가 명제 X에 대해 갖는 믿음직함 함수이다. 우리가 배경 정보 O 말고도 명제 Y만을 새로 알게 되었다면 그 때 X의 믿음직함은 C(X|Y)이다.

(E) C(T) = 1/3
(F) C(T|B) = 1/2[12)]

우리는 논제 (E)를 이 글 안에서 줄곧 참이라고 여길 것이다. 논제 (E)를 의심하는 다양한 논의들은 이 글에서는 빼겠다. 논제 (F)가

12) 우리가 O 말고도 “물음 기역을 물은 뒤에 상금 씨는 우리에게 자기 딸 하나를 보여주었고, 그 아이는 상금 씨의 딸이다”라는 정보 A만을 새로 알게 되었다면, C(T|A) = 1/2이라고 주장할 수 있을 것 같다.

언제나 옳다면 다음 논제들을 받아들여야 하는 것처럼 보인다.

- 상금 씨의 딸 하나의 이름을 듣는 것 또는 아는 것은 그의 아이 둘 모두가 딸일 믿음직함을 언제나 높인다.[13)]
- T의 진위에 관한 한, 정보 B를 갖고 있는 것은 정보 O를 갖고 있는 것보다 언제나 더 쓸모 있다.

우리는 이 글에서 (F)를 포함해서 이 논제들이 미덥지 못하다고 주장할 것이다.

정보 O가 주어진 상황에서 가설 T의 진위를 따지는 데 새로운 증거 또는 정보 B는 하찮은 정보가 아닌가? 상금 씨의 한 아이가 딸이라는 것을 이미 알고 있는 우리가 그의 딸 이름을 하나 듣는 것이 왜 그의 두 아이가 모두 딸일 믿음직함을 높일 수 있을까?[14)] 이러한 물음들에 답변해야 하는 우리의 과제를 "두 딸 문제"라고 부르겠다.[15)] 나는 (F)를 무턱대고 받아들이는 관행이 일종의 오류라고 주장하고자 한다. 이 오류는 한편에서 조건부 확률 또는 조건부 믿음직함을 셈할 때 주의해야 할 점을 경고하며, 다른 한편 무작위 추출이 가진 진정한 위력이 무엇인지를 알려준다. T의 진위에 관한 한, 정보 O와 관계하여, 정보 B가 하찮은 정보가 아니기 위해서, 그 정보는 정보를 알고 있는 사람의 통제가 아니라 우연히 우리에게 주어져야 한다. 증거가 가설 검증에 기여하기 위해서, 그 증거는 우연히 또는 자연히 우리에게 주어져야 한다.

---

13) 비슷하게, "상금 씨의 딸 하나의 얼굴을 보는 것 또는 아는 것은 그의 아이 둘 모두가 딸일 믿음직함을 높인다"라고 말할 수 있는 것처럼 보인다.

14) 또한 상금 씨의 한 아이가 딸이라는 것을 이미 알고 있는 우리가 그의 딸을 직접 보는 것이 왜 그의 두 아이가 모두 딸일 믿음직함을 높일 수 있을까?

15) 이 문제를 "두 아이 문제"라고 부르든 "두 아들 문제"라고 부르든 아무래도 괜찮다. 김한승 · 김명석 (2013).

이와 같은 점들을 주장하기 위해 다음과 같은 순서로 논의를 펼쳐나갈 것이다. 제3절에서 논제 (F)를 받아들였을 때, 물음 기억의 답도 1/2이라고 결론내려야 한다는 야릇한 논증을 살펴볼 텐데, 만일 이 논증이 타당할 경우, 전제들 중에서 무엇이 거짓이어야 하는지 따져볼 것이다. 제4절에서는 하찮게 보이는 정보를 새로 얻은 다음, 반 프라센의 반성 원리를 가져옴으로써 물음 기억의 답변이 1/2이라고 결론내리는 야릇한 논증을 살펴본다. 이 논증이 타당하고 반 프라센의 반성 원리도 문제가 없다면, 이것은 결국 논제 (F)를 의심하는 계기가 될 것이다. 제5절과 제6절에서 논제 (F)를 무턱대고 가정하는 것이 오류의 원천이 될 수 있다는 것을 보여줄 것이다.

3. 경우에 의한 논증과 하찮은 이상화

우리는 상금 씨에게 아이가 둘 있다는 것을 알고 있다. 우리는 서로 다른 두 개별자에게 맘대로 이름을 붙여줄 수 있는데 하나를 a라고 부르고 다른 하나를 b라고 부르기로 하자. 우리는 논제 (E)가 의심의 여지가 없는 것으로 이미 가정했다.[16)]

(1.1) a는 딸이거나 b는 딸이다.
(1.2) 만일 a가 딸이라면, a와 b가 모두 딸일 믿음직함은 1/2이다.
(1.3) 만일 b가 딸이라면, a와 b가 모두 딸일 믿음직함은 1/2이다.

---

16) 우리의 가정에 따르면, 우연히 만난 상금 씨는 두 아이를 두고 있고 적어도 하나가 딸인 어머니들 가운데서 마구잡이로 뽑힌 사람이다. 이것은 코바노바가 “성별 중립 절차”라고 부른 것을 따르지 않았다. 오히려 “딸 중심 절차”를 따랐다고 볼 수 있다. Khovanova (2012), p. 20. 이 경우 물음 기억의 답변이 1/3이라는 점은 코바노바도 인정한다. 물음 기억의 답변이 1/3이 아니라는 것을 건전하게 증명하는 학자는 내가 아는 한 없다.

따라서 상금 씨의 두 아이가 모두 딸일 믿음직함은 1/2이다.

이 추론은 타당하다. 우리는 오직 정보 O만으로도 추론을 통해 논제 (E)와 상반되는 결론을 얻었다. 이것은 이 추론이 건전하지 않다는 것을 뜻한다. 따라서 (1)들 가운데 적어도 하나는 거짓이다. (1.1)은 의심의 여지가 없다. 따라서 (1.2)와 (1.3)이 거짓이다.

보다 더 건전하게 보이는 논증을 구성할 수는 없을까? 우리는 상금 씨의 두 아이를 부르기 위해 맘대로 고유명사 a와 b를 만들었다. a가 실제로 딸이든 b가 실제로 딸이든 우리는 다음 논제를 받아들일 수밖에 없다.

(F*) C(Ga이고 Gb|Ga) = C(Ga이고 Gb|Gb) = 1/2

여기서 G는 '는 딸이다'를 뜻하는데, "Ga이고 Gb"는 T와 동치이다. 따라서

(F*) C(T|Ga) = C(T|Gb) = 1/2

논제 (F*)은 논제 (F)와 거의 비슷해 보인다.[17]

얼핏 논제 (F*)로부터 (1.2)와 (1.3)이 따라 나오는 것처럼 보인다. 그렇게 착각하는 까닭은 (F*)로부터 (2.1)과 (2.2)가 따라 나오기 때문이다.

(2.1) 만일 우리가 Ga만을 지금 새로 안다면, 지금 C(T) = C(Ga)/2.

---

17) 대부분 학자들은 (F)와 (F*)이 다른 논제라고 주장한다. 특별히 Nida-Rümelin (1993)과 김한승 · 김명석 (2013)의 김한승이 그러하다.

(2.2) 만일 우리가 Gb만을 지금 새로 안다면, 지금 C(T) = C(Gb)/2.[18]

나아가 믿음직함의 공리로부터 다음이 보장된다. 이것이 보장되지 않는다면 이를 지금 공리로 채택해도 좋다.

(공리) 우리가 명제 X를 알 경우 오직 그 경우에만 명제 X의 믿음직함은 1이다.[19]

이 공리를 따를 때, "우리가 Ga를 안다"를 "C(Ga) = 1"로 바꾸어 쓸 수 있다. 물론 우리가 정보 O를 처음에 모르고 있었다 하더라도 그렇게 할 수 있다.

(F1) 만일 우리가 Ga만을 지금 새로 안다면, 지금 C(T) = 1/2.
(F2) 만일 우리가 Gb만을 지금 새로 안다면, 지금 C(T) = 1/2.

우리가 (1.2)와 (1.3)을 얻기 위해 남은 일은 다음을 얻는 것이다.

(3.1) 만일 Ga가 참이라면, 우리는 지금 Ga만을 새로 안다.

---

18) C(T|Ga)가 뜻하는 것은 우리가 Ga만을 새로 알 때 T의 믿음직함이다. C(T|Ga)가 1/2이라는 말은 곧 C(T|Ga) = C(T)/C(Ga)가 1/2이라는 것을 뜻한다. 따라서 우리가 Ga만을 새로 알 때 C(T)/C(Ga)는 1/2이다. 또한 우리가 Gb만을 새로 알 때 C(T)/C(Gb)는 1/2이다.

19) 이충형은 "명제 X의 믿음직함이 1이라면 우리가 명제 X를 안다"를 공리에서 빼는 것이 좋겠다고 조언했다. 특히 베이즈주의자는 이를 받아들여서는 안 된다고 언급했다. 나는 "나에게 명제 X의 믿음직함은 1이다"와 "나는 명제 X를 안다"가 같은 뜻을 갖는 것으로 여기고 싶다. 우리가 한 우연명제 또는 경험명제를 안다고 말하는 것이 일종의 이념이듯이, 한 우연명제 또는 경험명제의 믿음직함이 1이라고 말하는 것도 일종의 이념이다.

(3.2) 만일 Gb가 참이라면, 우리는 지금 Gb만을 새로 안다.

만일 논제 (3)들이 참이라면, 우리는 논제 (F1)과 (F2)로부터 (1.2)와 (1.3)을 각각 얻을 수 있다.

식 (3)들이 참이기 위해 해킹이 “하찮은 이상화”라고 불렀던 것을 가정하면 될 것 같다.[20]

(TI) 만일 명제 X가 참이라면, 우리는 X를 안다.

하지만 조금 뒤 다시 이야기하겠지만 논제 (TI)는 논란의 여지가 있어 보인다. 만일 논제 (TI)가 논란이 된다면 이 논제를 사용하지 않는 방식으로 우리 논증을 개선할 수 있다.

(4.1) 우리는 Ga만을 지금 새로 알거나 Gb만을 지금 새로 안다.
(F1) 만일 우리가 Ga만을 지금 새로 안다면, 지금 C(T) = 1/2.
(F2) 만일 우리가 Gb만을 지금 새로 안다면, 지금 C(T) = 1/2.
따라서 지금 C(T) = 1/2.

이 논증이 타당하다는 것에 모두가 동의할 것이다. 하지만 논제 (E)를 받아들이는 한, 이 논증의 결론은 거짓이고, 결국 이 논증은 건전하지 않다. 이 전제들 가운데 무엇이 의심할 만한가? (F1)과 (F2)는 논제 (F*)이 뒷받침한다. 따라서 우리가 의심할 논제는 (4.1)이거나 (F*)이다. 다시 말해 정보 O를 알고 있는 우리에게 (4.1)과 (F*) 가운데 적어도 하나는 미덥지 못하다. 논제 (F*)에 대해서는 제5절과 제6절에서 다루기로 하고, 논제 (4.1)을 좀 더 면밀히 따져

---

20) Hacking 1967, p. 316. 하찮은 이상화가 옳다 하더라도 “우리는 X를 안다”로부터 “우리는 X만을 새로 안다”를 이끌어낼 수 없다.

보겠다.

우리는 정보 O로부터 논제 (4.1)을 이끌어낼 수 있는가? 정보 O를 통해 우리가 얻는 논제는 (4.1)이 아니라 다음 논제이다.

(O*) 우리는 'Ga이거나 Gb'만을 지금 안다.

만일 (O*)로부터 (4.1)이 따라 나온다면, 정보 O를 갖고 있는 우리는 논제 (4.1)을 받아들여야 한다. 우리가 'Ga이거나 Gb'를 지금 알 경우, 우리는 Ga만을 지금 알거나 Gb만을 지금 아는 것일까? 우리는 "Ga이거나 Gb"로부터 "Ga가 참이거나 Gb가 참이다"를 이끌어낼 수 있다. 하지만 우리가 해킹의 하찮은 이상화 논제 (TI)를 여기에 적용하지 않는 한, 논제 (O*)로부터 논제 (4.1)을 이끌어내기는 어렵다. 다시 말해 다음 추론은 타당할 수 없다.

(O*) 우리는 'Ga이거나 Gb'만을 안다.
따라서 우리는 Ga만을 알거나 Gb만을 안다.

이 추론은 (공리)를 적용하면 사실상 다음과 같이 추론하는 셈이다.

C(Ga이거나 Gb) = 1
따라서 C(Ga) = 1 또는 C(Gb) = 1

하지만 C(Ga이거나 Gb)가 1인 상황에서 C(Ga)는 2/3이다.[21] 우리

[21] 우리가 O를 모르는 상황에서 명제 X의 믿음직함 함수 C_0(X)에 대해 다음이 성립한다. C_0(Ga이거나 Gb) = C_0('Ga이고 Gb'이거나 'Ga이고 ~Gb'이거나 '~Ga이고 Gb') = C_0('Ga이고 Gb') + C_0('Ga이고 ~Gb') + C_0('~Ga이고 Gb') = 1/4 + 1/4 + 1/4 = 3/4. C(Ga) = C_0(Ga|O) = C_0(Ga|Ga이거나 Gb) = C_0(Ga이고 'Ga이거나 Gb')/C_0(Ga이거나 Gb) = C_0('Ga이고 ~Gb'이거나 'Ga

가 “C(Ga이거나 Gb) = 1”로부터 추론할 수 있는 것은 “C(Ga)는 2/3이고 C(Gb)는 2/3이다”이다. “C(Ga)는 2/3이고 C(Gb)는 2/3이다”가 참이라면 “C(Ga)가 1이거나 C(Gb)가 1이다”는 거짓이다. 참인 전제로부터 거짓 결론이 도출되었기 때문에 위 추론은 타당하지 않다.

우리가 정보 O를 안다고 해서 논제 (4.1)을 얻을 수 있지는 않다. 하지만 논제 (4.1)을 보장하는 새로운 정보 또는 증거를 지금 새로 얻게 된다면 T에 대한 우리의 믿음직함은 1/2로 바뀌어야 한다. 이것은 그다지 크게 야릇해 보이지 않는다. 왜냐하면 논제 (4.1)을 보장하는 정보는 하찮지 않아 보이기 때문이다. 그러나 매우 하찮은 정보 Q가 우리에게 주어졌는데 그 때 C(T|Q)가 1/2이 될 수 있다면 이 귀결은 야릇해 보일 것이다. 다음 절에서는 O 말고 매우 하찮은 정보를 지금 새로 얻게 되었을 때 T의 믿음직함이 1/3에서 지금 1/2로 바뀔 수 있다는 논증을 제시할 것이다. 이로써 논제 (F*)이 미덥지 못하다는 것을 보이고자 한다.

4. 반성 원리

상금 씨의 두 아이는 구별되는 두 개별자이기 때문에, 둘은 적어도 한 속성에서 차이를 보일 것이다. 가령 한 아이는 다른 아이보다 눈이 더 클 것이다.

(5) 상금 씨의 한 아이는 다른 아이보다 눈이 더 크다.[22]

이고 Gb’)/C_0(Ga이거나 Gb) = {C_0(Ga이고 ~Gb) + C_0(Ga이고 Gb)}/C_0(Ga이거나 Gb) = (1/4 + 1/4)/(3/4) = 2/3. 마찬가지로 C(Gb) = 2/3.

22) 사실 이 논문의 공격 대상은 다음과 같은 논제들이다. (6.1) 만일 우리가 상금 씨 아이들 가운데 눈이 더 큰 아이가 딸이라는 것만을 새로 안다면, 상금 씨의 두 아이가 모두 딸일 믿음직함은 1/2이다. (6.2) 만일 우리가 상금

우리는 상금 씨 아이 가운데 눈이 더 큰 아이가 딸인지 아들인지 여전히 모른다. 또한 우리는 눈이 더 작은 아이가 딸인지 아들인지도 여전히 모른다. 그래서 (5)로부터 다음 (6)을 추론할 수는 없다.

(6) 우리는 눈이 더 큰 아이가 딸이라는 것을 알거나, 우리는 눈이 더 작은 아이가 딸이라는 것을 안다.

배경 정보 O와 논제 (5)를 발판으로 논제 (6)으로 곧장 나아갈 수는 없다. (6)을 성립하게 하는 최소한의 추가 정보를 Q라고 부르고, 곧 Q의 한 사례를 제안할 것이다.[23)]

상금 씨 아이들 가운데 눈이 더 큰 아이를 a라고 맘대로 부르고, 눈이 더 작은 아이를 b라고 맘대로 부른다고 해보자. 다시 말해 이름 a는 상금 씨의 아이들 가운데 눈이 더 큰 아이를 부르는 이름이고, 이름 b는 눈이 더 작은 아이를 부르는 이름이다. 이렇게 이름을 짓는다 하더라도 논제 (4.1)이나 (6)을 얻을 수 있지는 않다. 하지만 상금 씨가 언젠가 우리에게 “눈이 더 큰 아이가 딸이다”만을 말해 주거나 “눈이 더 작은 아이가 딸이다”만을 말해준다고 가정해 보자. 이것은 우리에게 “a가 딸이다”만을 말해 주거나 “b가 딸이다”만을 말해주는 것에 해당한다. 보다 정확히 말해 우리는 O 말고도 다음 논제 (Q)를 보장하는 정보 Q를 새로 얻게 되었다고

씨 아이들 가운데 눈이 더 작은 아이가 딸이라는 것만을 새로 안다면, 상금 씨의 두 아이가 모두 딸일 믿음직함은 1/2이다.

23) 김한승은 이 정보가 무엇인지 드러내기 위해 노력했다. 김한승・김명석 (2013), pp. 106-110. 그는 두 딸 문제에서 두 아이를 구별할 수 있는 변별 속성의 중요성을 강조하고 있다. 그는, 두 아이를 구별할 수 있는 사람의 관점에 설 때, 논제 (6)이 성립한다고 주장하는 것처럼 보인다. 우리는 두 아이를 구별할 잠재 능력을 갖고 있지만, 어머니 상금 씨와 달리, 우리는 지금 두 아이를 실제로 구별할 수는 없다.

가정해 보겠다.[24] 물론 우리는 정보 Q가 정보 O로부터 따라 나온다고 말하려는 것이 아니다. 또한 O가 주어졌을 때, 논제 (Q)가 논제 (4.1)보다 더 미덥다고 주장하려는 것도 아니다.

(Q) 우리는 언젠가 Ga만을 새로 알게 된다는 것만을 지금 알거나, 언젠가 Gb만을 새로 알게 된다는 것만을 지금 새로 안다.[25]

아래 함수 $C_{Q\Delta}$(X)는 정보 Q를 알고 있는 우리가 Δ만큼 시간이 지난 다음에 명제 X에 대해 갖는 믿음직함 함수이다. “Δ만큼 시간이 지난 다음”을 아래에서 “언젠가”라고 쓰겠다.

(Q) 우리는 언젠가 Ga만을 새로 알게 된다는 것만을 지금 알거나, 언젠가 Gb만을 새로 알게 된다는 것만을 지금 새로 안다.

(7.1) 만일 우리가 언젠가 Ga만을 새로 알게 된다는 것만을 지금 안다면, 지금 $C_{Q\Delta}(T) = 1/2$.

(7.2) 만일 우리가 언젠가 Gb만을 새로 알게 된다는 것만을 지금 안다면, 지금 $C_{Q\Delta}(T) = 1/2$.

---

24) 우리는 다음과 같은 논제를 당연시한다. (SK) 우리가 X를 지금 안다면, 우리는 ‘우리가 X를 지금 안다’는 것도 지금 안다. 또한 우리가 X를 알거나 Y를 안다면, 우리는 ‘우리가 X를 알거나 Y를 안다’는 것도 안다.

25) 상금 씨가 언젠가 “눈이 더 큰 아이가 딸이다”만을 말해 준다면 우리는 언젠가 Ga만을 새로 알게 된다는 것만을 지금 알게 된다. 상금 씨가 언젠가 “눈이 더 작은 아이가 딸이다”만을 말해 준다면 우리는 언젠가 Gb만을 새로 알게 된다는 것만을 지금 알게 된다. 따라서 만일 상금 씨가 언젠가 “눈이 더 큰 아이가 딸이다”만을 말해 주거나 언젠가 “눈이 더 작은 아이가 딸이다”만을 말해 준다면, 우리는 언젠가 Gb만을 새로 알게 된다는 것만을 지금 알게 되거나, 언젠가 Gb만을 새로 알게 된다는 것만을 지금 알게 된다.

따라서 지금 $C_{Q\Delta}(T) = 1/2$.

이 논증이 타당하다는 데 이의가 없다.

우리는 이미 은연중에 다음을 받아들이고 있다.

(LK) 만일 우리가 임의의 명제 X를 지금 알고 있고, 우리가 명제 X로부터 명제 Y가 반드시 따라 나온다는 것을 지금 안다면, 우리는 명제 Y도 지금 안다.[26)]

이제 이것 말고도 매우 잘 알려진 반 프라센의 반성 원리를 받아들이기로 한다.[27)]

(RP) $C(X|C_{\Delta}(X) = r) = r$

말하자면, Δ만큼 지난 때 명제 X의 우리 믿음직함이 r이라는 것을 지금 안다면, 지금 그 명제의 우리 믿음직함은 r이다. (RP)를 받아들일 경우 $C_Q(T|C_{Q\Delta}(T) = 0.5)$는 0.5이다. 논증 (7)의 추론이 건전하고 우리가 추론의 결론을 안다면, 우리는 "$C_{Q\Delta}(T) = 0.5$"라는 것을 지금 안다. 우리는 Q 말고 "$C_{Q\Delta}(T) = 0.5$"라는 것만을 지금 새

---

26) (LK)는 믿음직함의 공리들로부터 이끌어낼 수 있다. 만일 X로부터 Y가 함축될 경우 C(X)는 C(Y)보다 작거나 같아야 한다. 우리가 명제 X를 안다는 것은 명제 X의 믿음직함이 1이라는 것을 뜻한다. 따라서 만일 X로부터 Y가 함축되고, C(X)가 1일 경우, C(Y)는 1이다. C(Y)가 1이라는 것은 곧 우리가 Y를 알게 되었다는 것을 뜻한다. 결국 만일 X로부터 Y가 함축되고, 우리가 X를 알고 있을 경우, 우리는 명제 Y도 알게 된다. (LK)를 더 그럴듯하게 보이기 위해 "X로부터 Y가 함축된다"를 "X로부터 Y가 함축된다는 것을 안다"라고 표현했다. "X로부터 Y가 함축된다는 것을 안다"로부터 당연히 "X로부터 Y가 함축된다"가 따라 나온다.

27) van Fraassen (1984), p. 156.

로 알게 되었다. 우리가 지금 “$C_{Q\Delta}(T) = 0.5$”만을 새로 알면, T에 대한 지금의 믿음직함 $C_Q(T)$는 $C_Q(T|C_{Q\Delta}(T) = 0.5)$로 바뀌고, 이것은 0.5이다. 따라서

(8.1) 우리는 “$C_{Q\Delta}(T) = 1/2$”을 지금 안다.
(8.2) $C_Q(T|C_{Q\Delta}(T) = 1/2) = 1/2$
따라서 지금 $C_Q(T) = 1/2$

이 추론은 타당하다. 그렇다면 이 추론은 건전한가? (8.2)는 (RP)의 한 사례이고, (8.1)은 논증 (7)의 결론이다. 따라서 만일 (Q), (RP), (7.1), (7.2)가 참이라면, 논증 (8)의 결론도 참이다. 곧 (RP), (7.1), (7.2)가 참이라면, O를 알고 있는 우리에게

$C(T|Q) = 1/2$

이다. 과연 우리가 Q를 지금 새로 알게 되면 상금 씨의 두 아이가 모두 딸일 믿음직함이 1/3에서 1/2로 바뀌어야 할까?

$C(T|Q)$가 1/2이라는 것을 무엇을 말해주는가? 상금 씨가 언젠가 우리에게 “눈이 더 큰 아이가 딸이다”만을 말해 주거나 “눈이 더 작은 아이가 딸이다”만을 말해준다는 사실을 우리가 지금 입수하기만 해도, T에 대한 우리의 믿음직함은 1/3에서 지금 1/2로 바뀐다는 것이다. 그런 정보를 지금 입수한다 하더라도, 우리가 “눈이 더 큰 아이가 딸이다”나 “눈이 더 작은 아이가 딸이다” 중에서 어느 것도 지금 알지 못하는데도 말이다.[28] 이 귀결을 받아들일 수 없다면, 우리에게 두 가지 선택이 있다. 하나는 (RP)를 버리는 것이고,

---

28) 박일호는 토론에서 Q라는 정보를 지금 입수하는 것은 하찮은 정보가 아니며 우리의 믿음직함을 바꾸기에 충분하다고 주장했다.

다른 하나는 논제 (7)들 가운데 적어도 하나를 버리는 것이다. (RP)를 버릴 수 없다면 우리가 의심해야 하는 전제는 결국 (7.1)과 (7.2)이다. 이는 (F1)과 (F2)가 미덥지 못하다는 것을 함축한다. 나아가 이것은 논제 (F*)과 (F)를 무턱대고 받아들이는 것이 옳지 않다는 것을 시사한다.

5. 이름이 믿음직함 셈에서 중요한가?

논제 (F*)을 무턱대고 받아들여서는 안 된다는 것을 보여주는 보다 또렷한 논증을 만들어낼 수 있다. 상금 씨의 아이들의 집합을 논의 구역으로 할 경우, 상금 씨의 아이들 가운데 적어도 하나는 딸이라는 것은 다음과 같이 표현할 수 있다.

(9.1) $\exists x Gx$

이 논제는 우리가 알고 있는 정보 O와 동치이다. 우리는 정보 O를 이미 알고 있기 때문에 다음과 같이 말할 수 있다.

(9.2) 우리는 '$\exists x Gx$'만을 지금 알고 있다

양화논리의 추론규칙을 써서, 논제 (9.2)와 (LK)로부터 다음을 추론할 수 있다.

(10.1) 우리는 $G\alpha$만을 지금 안다.

단 여기서 우리가 도입한 이름 α는 상금 씨의 두 아이 가운데 오직 한 딸에게만 붙여준 이름이다.[29] 물론 우리는 $G\alpha$로부터 α가 아

29) 일부 논리학자들은 ∃xGx로부터, 상금 씨의 두 아이 가운데 적어도 하나 존재하는 한 딸을 α라고 부르고, 이 α에 대해 Gα를 주장하는 것이 오류라고 주장한다. 그들 중 일부는 상금 씨의 두 아이 가운데 적어도 하나 존재하는 아무개 딸을 α라고 부르는 것 자체를 허용하지 않는다. 하지만 그들은 그것을 허용했을 때 오류가 생기는 사례를 제시하지 못한다. 이 α에 대해 Gα를 주장하는 것이 오류를 낳는다는 것을 여태 아무도 보여주지 못했다.

존재예화 규칙 또는 존재양화사 제거 규칙을 어떻게 정식화할 것인지 저자들 사이에 이견이 있다. 한 심사자뿐만 아니라 많은 동료들은 우리가 새로 지은 이름 α를 없애야 비로소 존재예화 규칙이 끝난다면서, 이름 α가 결론에서 사라지지 않으면 그 규칙을 잘못 쓴 것이라고 주장했다. 새로 지은 이름 α를 결론에서 없애는 방식으로 존재예화 규칙을 정식화하는 문헌들은 당연히 더러 있다. 하지만 그런 식으로 정식화하는 것이 정당화된다고 해서 다른 방식의 정식화가 오류라고 곧바로 결론내릴 수는 없다. 여러 정식화들 중에서 한 정식화를 선택하는 것은 때때로 취향의 문제이다. 의문을 표한 심사자께서도 사실상 명제 "∃xGx이면 Gα"가 항진명제라면서, ∃xGx에서 Gα를 추론하는 것 자체를 인정하고 있다. 제6절에서 이야기하겠지만 존재예화 규칙을 써서 추론된 Gα는 새로운 증거 역할을 하지 못한다. 올바르게 말해 C(T|Gα)는 그냥 C(T|∃xGx)일 뿐이며, 심자자께서 인정하다시피, 이 값은 1/3이다. 결국 어떤 이름 s든 우리가 무턱대고 C(T|Gs) = 1/2이라고 주장하는 것은 오류이다. 또한 이 글에서 논증의 최종 결론도 사실상 α가 제거되었다. 나는 우리가 '∃xGx'를 안다는 사실로부터 C(∀xGx) = 1/2이라는 야릇한 귀결을 이끌어내는 논증을 제시한 다음, 이 논증의 타당성이 아니라 건전성을 의심하고 있다.

영어로 쓰인 교과서들이 존재예화 규칙을 어떻게 정식화하고 있는지 국내 도서관 3곳에서 2000년대 이후 출판된 초급 및 중급 교과서를 조사해 보았다. 1개 교과서를 제외하고 거의 모든 교과서가 내가 이 논문에서 하고 있는 것과 같은 식으로 존재예화 규칙을 정식화했다. 최근 교과서부터 일부 나열하면 P. J. Hurley 2015, *A Concise Introduction to Logic*, 12th Ed., Cengage Learning, p. 470; P. Herrick 2012, *Introduction to Logic*, Oxford University Press, p. 537; A. Hausman *et al*., *Logic and Philosophy*, 12th Ed., Cengage Learning, p. 209; N. J. J. Smith 2012, *Logic: The Laws of Truth*, Princeton University Press, p. 214; H. J. Gensler 2010, *Introduction to Logic*, Routledge, p. 106; I. M. Copi *et al*. 2010, *Introduction to Logic*, 14th Ed., Routledge, p. 420; G. Tourlakis 2008, *Mathematical Logic*, Wiley-Interscience, p. 180; J. Barwise *et al*. 2002, *Language, Proof and Logic*, CSLI, p. 322; P. Smith 2003, *An Introduction to Formal Logic*,

닌 다른 아이가 딸이라는 것을 이끌어낼 수 없고 다른 아이가 아들이라는 것도 이끌어낼 수 없다. 여기서 α는 두 아이를 부르는 이름이 결코 아니며 오직 한 아이만을 부르는 이름이다.

논제 (F*)을 본 따 다음을 가정하자.

(10.2) C(T|Gα) = 1/2

여기서 C(T|Gα)는 α가 딸인 조건에서 상금 씨의 아이들 모두가 딸일 믿음직함이다.[30] (10.2)가 옳다면 다음을 추론할 수 있다.

(10.3) 만일 Gα만을 지금 알고 있다면, 지금 C(T) = 1/2

이제 우리는 다음과 같은 논증을 얻는다.

(10.1) 우리는 Gα만을 지금 안다.
(10.3) 만일 우리가 Gα만을 지금 알고 있다면, 지금 C(T) = 1/2
따라서 지금 C(T) = 1/2

요컨대 일단 우리에게 정보 O가 주어질 경우 O로부터 우리는 양화논리의 추론규칙을 써서 (9.2)를 추론할 수 있다. 나아가 논제 (F*)의 다른 모습인 (10.2)를 가정할 경우 우리는 정보 O만을 가진 상태에서도 상금 씨의 두 아이가 모두 딸일 믿음직함이 1/2이라는

Cambridge University Press, p. 236. 이렇게 널리 가르치고 있는 방식의 정식화를 써서는 안 된다고 주장하기 위해서는 그렇게 했을 경우 오류가 발생하는 사례를 단 하나라도 제시할 수 있어야 한다.

30) 상금 씨의 아이들 가운데서 α가 아닌 한 아이를 β라고 부를 경우, T는 ‘Gα이고 Gβ’와 동치이다. 그래서 C(T|Gα) = C(Gα이고 Gβ|Gα). C(Gα이고 Gβ|Gα)가 1/2이라는 주장은 논제 (F*)에서 가져온 것이다.

것을 타당하게 추론할 수 있다. 하지만 이 결론은 논제 (E)와 어긋난다.

논제 (E)를 받아들이는 이들은 (10.1)이나 (10.3)을 의심해야 한다. 논제 (10.1)을 의심한다는 것은 양화논리의 추론규칙을 의심하는 것과 같다. 이것을 의심할 것이 아니라면 (10.3)을 의심해야 한다. (10.3)을 의심하는 것은 곧 (10.2)를 의심하는 것이다. 우리가 이 논제를 거짓으로 여긴다는 것은 무엇을 뜻하는가? 그것은 한 개별자를 부르는 아무 이름 s에 대해 우리가 무턱대고 다음을 주장할 수 없다는 것을 뜻한다.

(11) C(T|Gs) = 1/2

논제 (11)이 의심스러운 주장이라면, 우리가 논제 (F)를 받아들여야 할 확고한 근거가 있는가? 상금 씨의 딸 이름이 ‘보미’라는 것을 우리가 알았다고 해서, 보미가 딸이라는 조건에서 상금 씨의 두 아이가 모두 딸일 믿음직함이 1/2이라고 무턱대고 주장할 까닭이 있는가?[31] 이것을 마구 허용할 경우, 논제 (11)도 허용해야 하고, 논제 (10.2)도 허용해야 한다.

우리는 우리가 아무렇게나 지은 이름 α에 대해서는 C(T|Gα) = 1/2이 성립하지 않는다는 것을 염두에 두면서 믿음직함을 셈해야 한다. 김한승이 이름의 참된 역할에 주의 깊게 성찰하려 했던 것도 바로 이 점 때문이다. 이름의 진정한 목적은 한 개별자를 지칭하는 것일 텐데 어떤 이름은, 우리가 그 이름을 쓴다 하더라도 한 개별자를 지칭하지 못할 수 있다. 그 경우 우리가 ‘그 이름을 안다’라

31) 상금 씨가 알려준 이름 ‘보미’에 대해 “우리는 보미가 딸이라는 것을 안다”는 주장은 우리가 맘대로 지은 이름 α에 대해 “우리는 α가 딸이라는 것을 안다”와 얼마큼 다른 주장일까? 김한승・김명석 (2013)의 김한승은 두 주장의 차이를 밝히기 위해 애쓰고 있다.

고 말하지 못할 것이다. 김한승은 아마도 우리가 이름 '보미'로 상금 씨의 두 아이를 구별할 수 있다면, C(T|보미는 딸이다) = 1/2이 허용되지만, 이름 a나 α 같은 것으로 상금 씨의 두 아이를 구별할 수 없다면, C(T|Ga) = 1/2을 허용해서는 안 된다고 주장할 것 같다. 이것이 옳다면, 우리는 이름 a나 α로는, 오직 α가 딸이라는 것만 알 뿐, 이 이름으로 상금 씨의 두 아이를 구별할 수 없기 때문에, 우리는 C(T|Ga) = 1/2을 허용해서는 안 된다.[32] 하지만 내 생각에, 두 딸 문제가 알려주는 교훈은 이름이 믿음직함 셈에서 중요하다는 점에서 그치지 않는다. 더 중요한 점은 증거가 되는 개별 사례가 어떤 방식으로 선택되었는지가 믿음직함 셈에서 영향을 미친다는 교훈이다.

6. 선택 효과

박일호는 두 딸 문제의 교훈으로서 "확률로 증거와 가설 사이의 관계를 파악하려는 베이즈주의에 대한 근본적인 비판"을 생각한 적이 있다. 베이즈주의의 셈에 따르면, 10개의 개체가 있는 세계에서, "개체$_1$은 S이면서 P이다"라는 정보와 "적어도 5개의 개체가 S이면서 P이다"라는 정보 중에서 전자가 "모든 S는 P이다"를 더 강하게 입증한다. 이것은 우리 직관을 위배하는 것처럼 보이는데, 그는 "이 사례는 그저 놀라운 일이 아니라 확률을 이용해서 증거와 가설 사이의 관계를 파악하려는 베이즈주의의 근본적인 문제점"을 보여주

32) 두 아이 문제를 해결하기 위해, 이 문제에 들어 있는 지칭 상황을 면밀히 따져 보아야 한다는 점을 지적한 논문으로는 Nida-Rümelin (1993)이 있다. 매우 장황한 이 논문은 배울 점들을 상당히 담고 있지만, 그의 논문에는 내가 지적하고자 하는 오류들까지도 더러 담겨 있다. 나는 상금 씨가 우리에게 딸 얼굴을 보여주며 이 아이가 '보미'라고 말해준다 하더라도, 우리 믿음직함을 1/3에서 1/2로 섣불리 바꾸지 말아야 한다고 주장한다.

는 것이라고 추정했다.[33] 나는 오히려 우리 직관에 반하는 이러한 베이즈주의 셈이 무작위 추출의 위력 때문에 생긴 것이라고 결론 내렸다. 이 생각은 지금도 변함없지만, 변한 것이 있는데 그것은 박일호의 “비판”과 “문제점”에 동의하게 되었다는 사실이다.

우리가 만든 이름 α가 도입되는 절차를 살펴보건대 C(Gα)는 2/3가 아니라 1이다. 그래서

$$C(T|G\alpha) = C(T\text{이고 } G\alpha)/C(G\alpha) = C(T)/C(G\alpha) = C(T)/1 = 1/3$$

결국 논제 (10.2)에서 C(T|Gα) = 1/2이라고 가정하는 것은 확실히 거짓이다. C(T|Gα)가 1/2이 아니라 1/3이라는 점을 깨닫자마자, 우리가 이름 α로 부르는 그 개별자가 어떤 방식으로 선택되느냐가 중요하다는 점을 함께 깨달아야 한다. 상금 씨의 아이들 가운데 딸인 개별자를 선택한 후 우리는 그 개별자에게 α라는 이름을 붙여 주었다. 다시 말해 Gα가 참이 되는 방식으로 α라는 개별자가 선택되었다. 우리에게 주어진 증거 Gα는 마구잡이로 선택된 것이 아니다.

추론이든, 증언이든, 관찰이든, 한 증거가 우리에게 주어지는 절차는 크게 두 가지로 나눌 수 있다. 하나는 마구잡이 절차를 거친 것이고 다른 하나는 치우친 절차를 거친 것이다.

- 마구잡이 절차: 해당 증거가 마구잡이로 주어졌다. 정보를 이미 갖고 있는 누군가가 특정 관찰, 증언, 증거가 주어지도록

33) 그는 “베이즈주의는 정보 획득 과정의 신빙성을 적절히 다룰 수 없다”는 것과 관련된 연구로 Weisberg (2009)와 (2015)를 언급해 주었다. 이충형은 내가 이 논문에서 조건부 믿음직함과 관련하여 주장하는 것과 비슷한 것이 Hutchison (1999)에 제안되어 있다는 점과, 나의 통찰이 멀리 Schrödinger (1947)에까지 거슬러 올라간다는 것을 알려주었다.

각별하게 선택하지 않았다. 통상 자연에서 우연히 일어나는 일은 이 절차를 거친다.

- 치우친 절차: 해당 증거가 주어지도록 각별히 선택되었다. 정보를 갖고 있는 누군가가 또는 정보를 전달하는 채널 자체가 특정 관찰, 증언, 증거를 골라 그것을 우리에게 주었다.[34]

치우친 절차로 증거가 주어지는 가장 유명한 사례는 몬티 홀 문제이다. 몬티 홀은 남은 방의 문을 열 때 자동차가 없는 방을 각별하게 선택한다. 이처럼 그 방에 자동차가 없다는 증거 또는 정보는 치우친 절차를 거쳐 게임 참여자에게 주어진다.

증거가 주어지는 절차가 달라지면 그 증거를 바탕으로 한 가설의 믿음직함 셈도 달라진다.[35] 마구잡이 절차를 RP라 쓰고, 치우친 절차를 BP라고 쓰겠다. 다음 두 증거 또는 정보는 서로 다르다.

- Ga^{RP}: G인 것들과 G 아닌 것들 가운데서 마구잡이로 뽑았더니 a가 나왔고 a는 G이더라.

---

34) 정보 또는 증거를 전달하는 채널이 반드시 인간 행위자일 필요는 없다. 에딩턴은 『물리과학의 철학』에서 다음과 같은 사례를 제시했다. 그물코의 크기가 5cm인 그물에 잡힌 물고기의 굵기는 모두 5cm 이상일 것이다. 한강에서 이런 그물로 잡은 물고기들의 굵기가 모두 5cm 이상이라는 이유로 한강에는 거의 대부분 5cm 이상인 물고기만 산다고 결론내리는 것은 옳지 않다. 우리에게 주어진 증거 또는 정보 자체가 치우친 절차를 거쳐 주어졌기 때문이다. 우리는 맨눈으로 지구에서 가시광선만을 관찰할 수 있다. 이것은 지구에 오직 가시광선만 있다는 증거로 사용될 수 없다. 지구에 다른 광선이 없기 때문에 우리에게 그런 증거가 주어진 것이 아니다. 오히려 우리의 맨눈이 가기광선만 관찰할 수 있기 때문에 그런 증거가 주어졌다. 여기서도 우리에게 주어진 증거 또는 정보는 치우친 절차를 거쳐 주어졌다.

35) 이러한 현상을 “관찰 선택 효과” 또는 “선택 효과”라고 한다. 최근 이 문제에 특별히 주목하고 있는 연구는 Bradley (2012)이고 나는 그의 이 연구뿐만 아니라 김한승과 대화로부터 선택 효과의 중요성을 배웠다.

◦ Ga^{BP}: G인 것들 가운데서 아무 하나를 골랐더니 a가 나왔고 a는 G이더라.[36)]

이 두 증거가 T라는 가설에 이바지하는 정도는 같지 않다. 만일 우

36) 뽑아야 할 개체들의 집합이 모두 G인 경우에는, 마구잡이로 뽑든, 치우치게 고르든, 우리는 그것들 가운데 아무 하나를 뽑아야 한다. 가령 상금 씨의 두 아이 모두가 딸인 경우 상금 씨는 무조건 첫째 아이의 이름을 알려주는 것은 마구잡이로 뽑은 것이 아니다. 또한 이 경우 상금 씨가 무조건 첫째 아이의 이름을 알려주는 것은 엄밀한 의미에서 치우친 절차로 고른 것도 아니다. 'G-치우침'을 'G인 것들 가운데 아무 하나를 뽑는 것'이라 한다면, G인 것들 가운데서 다시 H인 것들 중에 하나를 뽑는 것은 G-치우침이 아니다. 그것은 오히려 GH-치우침이라고 달리 불러야 한다. 이충형은 상금 씨의 아이들 모두가 딸인 경우 '치우침'과 '마구잡이'를 좀 더 다듬을 것을 요구했는데, 보다 깊은 논의는 나중으로 미루고 여기서는 이 정도 언급하는 것으로 그치겠다.

이 논문의 한 심사자께서는 우리에게 주어지는 정보는 Ga이지 Ga^{RP}도 아니고 Ga^{BP}도 아니라고 말씀하셨다. 우리는 Ga^{RP}를 'Ga이고 RP'라고 이해하지 않는 것이 좋겠고, Ga^{BP}를 'Ga이고 BP'라고 이해하지 않는 것이 좋겠다. 하지만 Ga는 'Ga^{RP}이거나 Ga^{BP}'와 동치이다. 내 생각에 Ga^{RP}와 Ga^{BP}가 한꺼번에 참일 수는 없다. 따라서 우리에게 정보 Ga가 주어진다면, Ga^{RP}만이 주어지거나 Ga^{BP}만이 주어진다. 하지만 우리는 Ga가 주어졌을 때, 언제나 $C(Ga^{RP})$가 1이거나 $C(Ga^{BP})$가 1이라고 생각해서는 안 된다. 각주 39를 보라. 분명한 것은 우리가 Ga를 안다면 $C(Ga) = C(Ga^{RP}$이거나 $Ga^{BP}) = C(Ga^{RP}) + C(Ga^{BP}) = 1$이다.

다만 BP에도 정도가 있다. 우리는 이 글에서 완전히 치우친 절차만을 이야기하고 있다. RP란 완전히 마구잡이 절차를 말한다. 완전히 마구잡이 절차가 아닌 모든 것은 치우친 절차인데, 완전히 치우진 절차는 치우친 절차 중 하나이다. 우리는 G인 것들 4/5와 G 아닌 것들 1/5을 모아 놓고 그 가운데서 a를 뽑을 수도 있다. 달리 말해 G인 것이 뽑힐 가능성이 4/5가 되는 절차를 거쳐 a를 뽑았더니 그 a가 G이더라, 는 식으로 우리에게 Ga가 주어질 수 있다. 물음 니은에서 상금 씨는 자기 아이들 가운데서 완전히 마구잡이로 뽑아 '보미가 딸이다'를 알려준 것이 아니라, 자기 아이들에서 딸인 아이들 가운데서 하나를 골라 '보미가 딸이다'를 우리에게 알려주었다. 달리 말해 물음 니은에서 딸이 아닌 아이가 뽑힐 가능성은 처음부터 아예 0이었다. 상금 씨가 우리에게 준 증거 '보미는 딸이다'는 '보미는 딸이다'^{BP}였다.

리가 ∃xGx가 이미 참이라는 것을 알고 있고, 증거 Ga가 BP를 거쳐 주어진 증거라면, Ga^{BP}는 새로운 정보 또는 증거로서 이바지하지 못한다. ∃xGx로부터 따라 나오는 식 (10.1)의 Gα는 당연히 $G\alpha^{BP}$이다. 그래서

$$C(T|Ga^{BP}) = C(T|\exists xGx) = C(T|O) = C(T) = 1/3$$
$$C(T|Ga^{RP}) = 1/2$$

이 점은 통상의 조건부 믿음직함 셈에서 놓치고 있는 부분이다.[37] 절차가 생략되어 있는 경우 그것은 마구잡이 절차라는 것이 가정되어 있다. 하지만 증거가 우리에게 주어지는 절차가 마구잡이 절차라는 것이 보장되지 않는 경우가 있다.

이제 논제 (F*)뿐만 아니라 논제 (F)가 왜 의심스러운지 말할 수 있게 되었다. 증거 B가 우리에게 어떻게 주어졌는지 먼저 따져 보

37) '$C(T|Ga^{BP}) = 1/3$'이라는 사실은 (10.1)과 (10.3)으로부터 "C(T) = 1/2"을 이끌어내는 것이 왜 건전하지 못한지를 잘 보여주고 있다. 흠 없는 논증을 만들기 위해 증거가 주어지는 절차까지 고려해야 한다. 예컨대 다음 논증은 건전하다. (12.1) 우리는 Ga를 BP를 거쳐 알게 되었다. (12.2) 만일 우리가 Ga를 BP를 거쳐 알게 되었다면, C(T) = 1/3. 따라서 C(T) = 1/3. 이 논증의 결론은 논제 (E)와 일치한다.

앞에서 말했듯이, 한 아이가 어떤 속성 P를 가질 믿음직함이 p인 경우, "한 아이는 P를 가진 딸이다"라는 정보가 새로 보태질 경우, 그 어머니의 두 아이가 모두 딸일 믿음직함은 1/3에서 (2-p)/(4-p)로 바뀐다고 했다. 보미가 BP를 거쳐 골라졌다면 그가 '이름이 보미임'이라는 속성 P를 가질 믿음직함은 1이다. 이 경우 우리가 이 정보를 새로 알게 되었다 해도 우리의 믿음직함은 여전히 (2-1)/(4-1) = 1/3이다. 게리 포쉬의 증거 "한 아들은 화요일에 태어났다"는 증거가 BP를 거쳐 주어졌다면, 그 정보를 새로 알게 되었다 해도 우리의 믿음직함은 여전히 1/3이다. 포쉬는 먼저 자기 아들을 고르고 그 아들이 태어난 요일을 말해야 했다. 그가 딸인 아이가 태어난 요일을 말할 가능성은 애초에 0이었고 그가 아들이 태어난 요일과 다른 요일을 말할 가능성도 애초에 0이었다. 이것은 포쉬의 증거가 BP를 거쳤다는 것을 뜻한다. 포쉬 물음의 답변이 13/27이라고 추론하는 것은 완벽한 오류이다.

아야 한다.

B: 물음 기억을 물은 뒤에 상금 씨는 자기 딸 이름이 ‘보미’라고 말하는 것으로 보아, 보미는 상금 씨의 딸이다.

우리에게 B라는 증거는 어떻게 주어졌을까? 만일 상금 씨가 딸인 아이를 각별히 골라서 그 아이 이름을 우리에게 알려 주었다면, 우리에게 주어진 증거는 B^{BP}이다. 이 경우 가설 T와 관련하여 증거 B^{BP}가 하는 역할은 정보 O가 하는 역할 이상을 하지 못한다. 왜냐하면 우리에게 정보 O가 이미 주어졌는데, BP라는 절차를 거쳐서 B가 주어질 경우, B가 드러나기 전에, 이미 B가 참일 믿음직함은 1이고 그것이 거짓일 믿음직함은 0이었기 때문이다. 만일 가설 T와 관련하여 증거 B^{BP}의 역할이 정보 O의 역할 이상을 하지 못한다면, $C(T|B^{BP}) = C(T|O) = C(T) = 1/3$이다.[38]

우리는 무턱대고 $C(T|B) = 1/2$이라고 가정해서는 안 된다. 물음 기역의 답이 1/3이라는 주장에는 전혀 오류가 없다. 하지만 물음 니은의 답이 1/2이라고 생각하는 것은 일종의 오류이다. 상금 씨의 딸 이름이 ‘보미’라는 증거가 우리에게 어떻게 주어졌는지 살펴야 한다. 만일 그 새로운 증거 B가 정보 O가 참이라는 것을 단순히 보여주기 위해 상금 씨가 우리에게 준 증거라면, 그 증거는 BP를 거쳐 주어졌다고 보아야 한다. 하지만 상금 씨가 자기 아이들 둘 가운데서 마구잡이로 고른 것이 보미이고, 또는 자기 아이들의 두 이름들 가운데서 마구잡이로 뽑은 것이 ‘보미’이고, 이런 절차를 거쳐 우리에게 정보 B가 주어졌다면, 그 증거는 RP를 거쳐 주어졌다고 보아야 한다. RP를 거쳐 그 증거가 주어졌다면 물음 니은의 답은 1/2이지만, BP를 거쳐 주어졌다면 그 답은 1/3이다. 물음 자체

38) 이것은 각주 12에서 말한 증거 A에 대해서도 똑같이 말할 수 있다.

의 전후 맥락을 보건대, 물음 니은에서 상금 씨가 아들 이름을 불고 그가 내 아들이라고 말할 가능성은 처음부터 아예 없었다. 이것은 물음 니은에서 정보 B가 BP를 거쳐 주어졌다는 것을 뜻한다.[39)]

---

39) 만일 우연히 지나가는 사람을 목격했는데 그가 상금 씨의 딸이라는 것이 알려졌다면, 그 증거는 RP를 거쳐 주어졌다고 보아야 한다. 루마 포크의 물음에서, 스미스 씨가 자기 아들을 데리고 다니면서 그런 물음을 묻고 다니는 사람이라면, 그 물음의 답변은 1/3이다. 하지만 우리가 스미스 씨를 만난 것이 우연한 일이었다면 그렇게 만난 그 소년도 우연히 만난 셈이다. 이 경우 그 물음의 답변은 1/2이다. 단 스미스 씨가 남아선호주의자라서 주로 아들만 데리고 다니는 사람이 아니라, 딸이든 아들이든 치우치지 않고 데리고 다니는 사람이어야 하겠다. 루마 포크의 물음에는, 상금 씨의 물음과 달리, 우리에게 주어진 증거가 치우친 절차를 거친 것인지 마구잡이 절차를 거친 것이 또렷하지 못한 점이 있다. 내기를 건다면 나는 치우친 절차를 거쳤다는 쪽에 걸고 싶다. 스미스 씨가 딸을 데리고 다니면서 우연히 만난 사람에게 "내 두 아이 모두가 아들일 믿음직함은?"이라고 물을 가능성은 애초에 0이었다.

증거 A가 어떤 절차를 거쳐 주어졌는지 모를 경우 C(T|A)를 다음과 같이 셈해도 될 것 같다. $C(T|A) = C(T|A^{RP})C(A^{RP}) + C(T|A^{BP})C(A^{BP}) = C(A^{RP})/3 + C(A^{BP})/2$. 논평에서 박일호는 $C(A^{RP}$나 $A^{BP})$가 1이고, $C(A^{RP})$가 0이 아닌 상황에서, $C(T|A) > C(T)$보다 크다는 것을 지적했다. 그의 말씀처럼 증거 A가 치우친 절차를 거쳐 주어졌는지 마구잡이 절차를 거쳐 주어졌는지 우리가 A 자체만으로 알 수 없다면, 증거 A는 T를 입증하는, 하찮지 않은 증거가 분명하다. 이것은 증거 B에 대해서도 똑같이 말할 수 있다.

실제로 우리에게 주어진 증거가, 그 증거 자체만으로는, 마구잡이 절차가 아니라고 단정하지 못할 때가 더러 있다. 이 경우 그런 증거는 우리의 가설을 입증하는, 하찮지 않은 증거로 쓰일 수 있다. 하지만 내 생각에 우리에게 정보 O가 주어진 상황에서, 자기 아이들이 딸인지 아들인지 잘 아는 사람에 의해 B가 추가로 주어졌다는 것은, B가 주어지는 절차가 RP가 아니라 BP라는 것을 또렷이 말해준다. 정보나 증거가 주어지는 "맥락"을 파악하는 것은 그 증거가 RP에 따라 주어졌는지 BP에 따라 주어졌는지를 파악하는데 중요하다. 증거를 표현하는 문장의 문장론은 그 증거의 의미를 충분히 표현하지 못하고 있다. 박일호와 이충형과 나눈 토론은 이 점을 파악하는데 큰 자극이 되었다.

정보를 표현하는 문장론 자체가 그 정보를 모두 표현하지는 못하기 때문에, 또 정보가 주어지는 절차가 정보의 내용을 이루고 있기 때문에, 이충형

6. 나오는 말

한 증거가 마구잡이 절차를 거쳐 주어졌는지 치우친 절차를 거쳐 주어졌는지 판단하는 가장 중요한 단서는 무엇인가? 증거를 주는 사람, 체계, 현상이 관련 정보를 모두 다 아는 상태에서 그 정보의 일부를 우리에게 주었다면, 예컨대 몬티 홀 방식의 선택 행위를 거쳐 그 증거를 우리에게 주었다면, 그 증거는 치우친 절차를 거쳐 주어진 셈이다. 이 점에서 우리는 상금 씨의 딸 하나의 이름을 듣는 것 또는 아는 것은 그의 아이 둘 모두가 딸일 믿음직함을 높인다고 섣불리 생각해서는 안 된다. 또한 상금 씨의 딸 하나의 얼굴을 보는 것 또는 아는 것은 그의 아이 둘 모두가 딸일 믿음직함을 높인다고 섣불리 생각해서는 안 된다.

증거의 위력을 평가하기 위해 단순히 조건화 규칙만을 사용해서는 안 된다. 증거 자체가 어떤 절차를 거쳐 주어졌는지도 꼼꼼하게 따져야 한다. 관련 정보 또는 증거가 어쩌다 주어지지 않고 그 정보를 이미 알고 있는 이가 그 정보를 각별히 골라 우리에게 준 것이라면, 그 정보는 때때로 우리의 믿음직함을 바꿀 만한 정보로 쓸 수 없다. 한 증거가 우연히 또는 자연히 우리에게 주어지지 않는다면, 그 증거는 관련 가설을 뒷받침하지 못할 수 있다. 정보를 관리하는 거대한 체계가 우리들을 체계적으로 기만할 때, 조건화 규칙을 써서 게으르게 기계처럼 셈하는 것만으로는 그 기만을 막아내지

의 말처럼, 정보의 내용과 절차를 따로 떼놓지 말고 둘이 하나의 정보 내용을 이루는 것으로 간주해야 한다. 정보 E^{BP}와 E^{RP}는 주어지는 절차가 다르기 때문에 다른 정보이고 우리의 믿음직함에 이바지하는 정도도 다르다. 우리는 E^{BP}와 E^{RP}를 각각 'E이고 BP'와 'E이고 RP'로 이해하지 않는 것이 좋겠는데 절차 자체도 증거 또는 정보의 내용을 구성하기 때문이다. '의미'를 '사물이 우리에게 인식되는 방식 또는 과정'으로 이해했던 프레게는 이런 정보 개념의 선구자이다.

못한다. 우리는 증거가 주어지는 절차도 따져 보아야 하며, 이것이 정보를 제대로 파악하는 길이다.

참고문헌

김한승 (2011), “확률에 대한 관점주의”, 『논리연구』, 14집 2호, pp. 59-84.

김한승・김명석 (2013), “두 딸의 문제에 관한 대화”, 『과학철학』, 16권 2호, pp. 97-125.

Bar-Hillel, M. and Falk, R. (1982), “Some Teasers Concerning Conditional Probabilities”, *Cognition,* 11, pp. 109-122.

Bradley, D. (2012), “Four Problems about Self-Locating Belief”, *Philosophical Review,* 121(2), pp. 149-177.

Carlton, M and Stansfield, W. (2005) “Making Babies by the Flip of a Coin?”, *The American Statistician*, 59(2), pp. 180-182,

Hacking, I. (1967), “Slightly More Realistic Personal Probability”, *Philosophy of Science,* 34, pp. 311-25.

Hutchison, K. (1999), “What Are Conditional Probabilities Conditional Upon?”, *British Journal for the Philosophy of Science,* 50(4), pp. 665-695.

Gardner, M. (1987), *The Second Scientific American Book of Mathematical Puzzles and Diversions*, University of Chicago Press.

Khovanova, T. (2012), “Martin Gardner’s Mistake”, *The College Mathematics Journal*, 43(1), pp. 20-24.

Milodinow, L. (2008), *The Drunkard’s Walk: How Randomness Rules Our Live*, Vintage Books. (국역: 『춤추는 술고래의 수학 이야기』, 이덕환 옮김, 까치 2009.)

Nida-Rümelin, M. (1993) “Probability and Direct Reference: Three Puzzles of Probality Theory”, *Erkenntnis,* 39, pp. 51-78.

Rodgers, J. and Doughty, D. (2001), “Does Having Boys or Girls Run in the Family?”, *Chance,* 14(4), pp. 8-13.

Schrödinger, E. (1947), "The Foundation of the Theory of Probability", *Proceedings of the Royal Irish Academy,* A51, pp. 51-66.

Taylor, W. and Stacey, K. (2014), "Gardner's Two Children Problems and Variations: Puzzles with Conditional Probability and Sample Spaces", *The Australian Mathematics Teacher*, 70(2), pp. 13-19.

Van Fraassen, B. (1984), "Belief and the Will", reprinted in ed. A. Eagle, *Philosophy of Probability: Contemporary Readings*, Routledge 2011, pp.150-165.

Weisberg, H. (2009), "Commutativity or Holism? A Dilemma for Conditionalizers", *British Journal for the Philosophy of Science,* 60(4), pp. 793-812.

Weisberg, H. (2015), "Updating, Undermining, and Independence", *British Journal for the Philosophy of Science,* 66(1), pp. 121-159.

국민대학교 교양대학
College of General Education, Kookmin University
myeongseok@gmail.com

Two-Daughter Problem and Selection Effect

Myeongseok Kim

If we learn that 'Mrs Lee has two children and at least one of them is a daughter', what is our credence that her two children are all girls? Obviously it is 1/3. By assuming some other obvious theses it seem to be argued that our credence is 1/2. Also by just supposing we learn trivial information about the future, it seem to be argued that we must change our credence 1/3 into 1/2. However all of these arguments are fallacious, cannot be sound. When using the conditionalization rule to evaluate conformation of a hypothesis by an evidence, or to estimate credence change by information intake, there are some points to keep in mind. We must examine whether relevant information was given through a random procedure or a biased procedure. If someone with full information releases to us particular partial information, an observation, a testimony, an evidence selected intentionally by him, which means the particular partial information was not given by chance, or was not given accidentally or naturally to us, then the conditionalization rule should be employed very cautiously or restrictedly.

Key Words: biased procedure, conditional probability, random sampling, reflection principle, two-child problem