

『논리-철학 논고』의 일반성 개념에 관하여*

박 정 일

【국문요약】 『논리-철학 논고』의 5.52와 5.521은 여러 의문들을 불러일으킨다. 이 글에서 나는 이러한 의문들에 대해 대답하면서 비트겐슈타인의 일반성 개념을 해명하고자 한다. 이러한 의문들과 문제들은 서로 긴밀하게 얽혀 있다. 나는 다음을 보이하고자 노력할 것이다. 『논리-철학 논고』의 일반성 개념에서 가장 결정적인 것은 ξ -조건이다. 램지를 제외하면, 앤스컴, 글록, 케니 등은 ξ -조건과 관련된 비트겐슈타인의 생각을 정확하게 파악하는 데 실패하고 있으며, 그들의 주장은 결코 정당하지 않다. 또한 논리학사의 관점에서 보면 5.52는 매우 중요한 의의를 지닌다. 즉 그것은 무한 논리학(infinitary logic)의 가능성과 모델 이론에서의 논의 영역(universe of discourse)의 개념을 최초로 예견하고 있다.

【주요어】 비트겐슈타인, 프레게, 러셀, 램지, 일반성, 일반 명제, ξ -조건

1

비트겐슈타인은 『논리-철학 논고』(이하 ‘논고’)로 약칭함)에서 다음과 같은 언급으로 일반성¹⁾에 대한 자신의 생각을 전개하기 시작한다.

ξ 의 값들이 x 의 모든 값들에 대한 함수 f_x 의 값 전체라면, $N(\bar{\xi})$
 $= \sim(\exists x).f_x$ 가 된다. (5.52)²⁾

이 짧은 언급에 이어서 비트겐슈타인은 일반성에 대한 프레게와 러셀의 생각을 다음과 같이 비판한다.

나는 **모든**이란 개념을 진리함수로부터 분리시킨다.
 프레게와 러셀은 일반성을 논리적 곱이나 논리적 합과 결부시켜 도입하였다. 그래서 그 두 관념이 모두 포함되어 있는 명제 “ $(\exists x).f_x$ ”와 “ $(x).f_x$ ”를 이해하기가 어렵게 되었다. (5.521)

하지만 이러한 언급들은 여러 의문을 불러일으킨다. 첫째, 우리는 도대체 5.52를 어떻게 해석해야 하는가? 램지는 “모든 x 에 대해서 f_x 가 ‘ f_x ’의 모든 값들의 논리적 곱, 즉 f_{x_1} 그리고 f_{x_2} 그리고 f_{x_3} 그리고 …의 결합과 동치(…)라는 비트겐슈타인 씨의 견해”라고 말한다. 과연 이러한 램지의 해석은 적절한가? 한편, 비트겐슈타인은 자신이 “**모든**이란 개념을 진리함수로부터 분리시킨다”라고

1) 일반성이란 어떤 전체에 속하는 대상들 전부에 대해서 거론할 때 그 명제가 지니게 되는 속성을 말한다. 그렇게 거론하고자 할 때 우리는 ‘모든’이나 ‘어떤’이라는 말을 사용하는데, 전자에 대해 ‘전칭’(또는 ‘보편’)이라는 말이 대응되고 후자에 대해 ‘특칭’(또는 ‘존재’)라는 말이 대응된다. 그리하여 일반 명제는 보편 명제(전칭 명제)와 존재 명제(특칭 명제)로 구분되며, 전자는 “모든 사람은 죽는다”와 같은 명제이고, 후자는 “어떤 사람은 한국인이다”와 같은 명제이다.

2) 이 글에서는 『논고』의 번역으로 이영철 (2006)을 따르고 있다.

말하고 있다. 그렇다면 그는 5.52에서 그 둘을 어떻게 분리시키고 있는가?

둘째, 비트겐슈타인은 프레게와 러셀이 “일반성을 논리적 곱이나 논리적 합과 결부시켜 도입하였다”라고 주장한다. 그러나 과연 실제로 프레게와 러셀은 일반성을 논리적 곱이나 논리적 합을 기반으로 도입하였는가? 앤스컴(G. E. M. Anscombe)은 그러한 주장은 일반성에 대한 (그녀가 생각하는바) 비트겐슈타인의 특이한 생각에서 기인한 것이라고 주장한다. 케니(A. Kenny)는 비트겐슈타인이 어떤 정당한 근거도 없이 그러한 주장을 하고 있을 뿐이라고 주장한다. 그러나 과연 이들의 주장은 옳은가?

셋째, 『논고』의 서론을 쓴 러셀은 “연언과 선언으로부터 일반 명제들을 도출해 내는 비트겐슈타인의 이론”이라고 말한다. 그러나 비트겐슈타인은 5.521에서 프레게와 러셀이 일반성을 논리적 곱이나 논리적 합과 결부시켜 도입하였다고 비판하고 있다. 다시 말해 비트겐슈타인이 프레게와 러셀에게 가한 비판을 러셀은 역으로 비트겐슈타인에게로 돌리고 있는 것이다. 그렇다면 어느 쪽이 옳은가? 이 사건의 진상은 무엇인가?

넷째, 비트겐슈타인은 프레게와 러셀의 일반성에 대한 설명이 명제 “ $(\exists x).fx$ ”와 “ $(x).fx$ ”를 이해하기 어렵게 만들었다고 비판하고 있다. 그렇다면 비트겐슈타인은 왜 그들의 설명이 그러한 명제들을 이해하기 어렵게 만들었다고 간주하고 있는가? 앤스컴은 그러한 명제들의 그림의 성격이 모호하게 되기 때문이라고 주장한다. 그러나 과연 그녀의 주장은 옳은가?

다섯째, (나중에 살펴보겠지만) 러셀과 램지는 5.52에서 비트겐슈타인이 무한 연언(infinitary conjunction)을 인정했다는 것을 주장하고 있다. 반면에 (앤스컴의 견해를 받아들이는) 케니와 글록(H. Glock)은 이를 부인한다. 더 나아가 그들은 『논고』가 정합적이라면

4 박정일

‘유한성 공리’가 필요하다고 주장한다. 그러나 과연 이들의 주장은 옳은가?

나는 이 글에서 이러한 의문들에 대해 대답하면서 비트겐슈타인의 일반성 개념을 해명하고자 한다. 이러한 의문들과 문제들은 서로 긴밀하게 얽혀 있다. 나는 다음을 보이하고자 노력할 것이다. 램지를 제외하면, 위에서 거론된 앤스컴, 글록, 케니 등은 일반성에 대한 비트겐슈타인의 생각을 정확하게 파악하는 데 실패하고 있으며, 그들의 주장은 결코 정당하지 않다. 또한 논리학사의 관점에서 보면 5.52는 매우 중요한 의의를 지닌다. 즉 그것은 무한 논리학(infinitary logic)의 가능성과 모델 이론에서의 논의 영역(universe of discourse)의 개념을 최초로 예견하고 있다.

2

먼저 5.52를 해명하기로 하자.

ξ 의 값들이 x 의 모든 값들에 대한 함수 f_x 의 값 전체라면, $N(\bar{\xi})$
= $\sim(\exists x)f_x$ 가 된다. (5.52)

『논고』에서 “ ξ ”는 명제 변항이다. 그리고 “ $(\bar{\xi})$ ”는 “명제들을 향으로 가지는 괄호 표현”이다. 그래서 예컨대 ξ 가 P, Q, R 이라는 3개의 값을 가진 것이라면, $(\bar{\xi})=(P, Q, R)$ 이다.(5.501)³⁾ 또한 $N(\bar{\xi})$ 는 명제 변항 ξ 의 값들 전체의 [동시] 부정이다.(5.502) 가령 ξ 가

3) “나는 명제들을 향으로 가지는 괄호 표현을—그 괄호 속에 든 항들의 순서가 아무래도 상관없을 때—“ $(\bar{\xi})$ ”라는 형식의 기호로 나타낸다. “ ξ ”는 괄호 표현의 항들을 그 값으로 가지는 하나의 변항이다. 그리고 그 변항 위의 선은 그 변항이 괄호 속에 들어 있는 그 변항의 값들 전부를 대표한다는 것을 나타낸다.” (5.501)

오직 하나의 값만 가진다면, $N(\bar{\xi}) = \sim p$ 이고, ξ 가 두 개의 값을 가진다면, $N(\bar{\xi}) = \sim p \ \& \ \sim q$ 이며, 세 개의 값을 가진다면, $N(\bar{\xi}) = \sim p \ \& \ \sim q \ \& \ \sim r$ 이다.(5.51)

마찬가지로 x 의 모든 값들이 가령, a, b, c, d 라면, ξ 의 값들은 x 의 모든 값들에 대한 함수 f_x 의 값 전체이므로 그 값들은 f_a, f_b, f_c, f_d 이고, 따라서 $N(\bar{\xi}) = \sim f_a \ \& \ \sim f_b \ \& \ \sim f_c \ \& \ \sim f_d = \sim(\exists x)f_x = (x)\sim f_x$ 이다. 자, 그렇다면 x 의 모든 값들이 **무한**하게 많다면, 또는 『논고』에서 대상들이 **무한**하게 많다면 어떻게 되는가? 그 대답은 다음과 같다. 즉 x 의 모든 값들이 a, b, c, d, \dots 라면, $N(\bar{\xi}) = \sim f_a \ \& \ \sim f_b \ \& \ \sim f_c \ \& \ \sim f_d \ \& \ \dots = \sim(\exists x)f_x = (x)\sim f_x$ 이다. 또한 x 의 모든 값들이 a, b, c, d, \dots 라면, $(\exists x).f_x = f_a \ \vee \ f_b \ \vee \ f_c \ \vee \ f_d \ \vee \ \dots$ 이다.

그런데 이 지점에서 다음의 물음이 제기될 수 있다. 즉 “ $\sim f_a \ \& \ \sim f_b \ \& \ \sim f_c \ \& \ \sim f_d \ \& \ \dots$ ”는 연언 명제인가? 또한 “ $f_a \ \vee \ f_b \ \vee \ f_c \ \vee \ f_d \ \vee \ \dots$ ”는 선언 명제인가? 우리가 보통 연언 명제나 선언 명제라고 부르는 것은 $p \ \& \ q$ 나 $p \ \vee \ q \ \vee \ r$ 과 같이 연언지와 선언지가 유한하게 많은 경우이다. 반면에 연언지와 선언지가 무한하게 많은 경우에는 어떻게 되는가? 이는 우리의 어법의 문제이다. 즉 우리는 유한한 경우와 무한한 경우 간의 **유사성**을 주목하면서 무한한 경우에도 연언 명제나 선언 명제라고 부를 수 있고, 그 **차이**를 강조하면서 연언 명제나 선언 명제가 아니라고 간주할 수도 있다. 가령 우리는 $1 + 1/2 + 1/2^2 + 1/2^3 + \dots$ 을 $1 + 2 + 3$ 과 같이 (유사성에 주목하여) 합이라고 부를 수도 있고, (차이를 유념하면서) 합이 아니라 극한이라고 간주할 수도 있다. 또한 이는 “ \aleph_0 은 수인가?”라는 물음과 유사하다. 현대 집합론에서는 \aleph_0 을 ‘초한 수’라고 부른다. 마찬가지로 우리는 “ $\sim f_a \ \& \ \sim f_b \ \& \ \sim f_c \ \& \ \sim f_d \ \& \ \dots$ ”를 (실제로 현대 논리학에서 부르는 것처럼) “무한 연언”(infinitary

conjunction) 명제(논리식), “ $fa \vee fb \vee fc \vee fd \vee \dots$ ”를 “무한 선언”(infinitary disjunction) 명제(논리식)라고 부를 수 있다.

그렇다면 비트겐슈타인은 『논고』에서 “ $fa \& fb \& fc \& \dots$ ”를 (“ $fa \vee fb \vee fc \vee fd \vee \dots$ ”)를 연언 명제로(선언 명제로) 간주했는가? 이 물음에 대답하기 위해서는 이 물음보다 더 근본적인 물음을 다루어야 한다. 즉 『논고』에서 “ $fa \& fb \& fc \& \dots$ ”와 같은 표현은 허용되는가? 즉 무한한 연언지를 지니는 표현이 적법한 것으로 간주되고 있는가 하는 것이 문제인 것이다. 그 대답은 “그렇다”이다. 5.52의 “ ξ 의 값들이 x 의 모든 값들에 대한 함수 f_x 의 값 전체라면”에서 “ x 의 모든 값들”은 무한하게 많을 수 있다. 무한하게 많을 수 있는 경우를 명시적으로 금지하는 언급은 『논고』 어디에도 없다. 더구나 “ x 의 모든 값들”이 『논고』의 대상들의 이름일지라도 그러하다. 왜냐하면 비트겐슈타인은 『논고』의 대상들이 무한한 경우를 결코 배제하지 않았기 때문이다. 이 점은 다음의 언급들을 살펴보면 확인된다.

설령 세계가 무한히 복잡적이어서, 모든 사실 각각이 무한히 많은 사태들로 이루어지고 모든 사태 각각이 무한히 많은 대상으로 합성되어 있을지라도, 대상들과 사태들은 그래도 역시 존재하지 않으면 안 될 것이다. (4.2211)

무한성의 공리가 말하려 하는 것은 상이한 의미를 지닌 무한히 많은 이름들이 존재한다는 점에 의하여 언어에서 표현될 수 있을 것이다. (5.535c)

또한 비트겐슈타인은 『논고』 이전에 작성한, 『일기 1914-1916』에서 다음과 같이 말하고 있다.

“ $1 + x/1! + x^2/2! + \dots$ ”와 같이 [줄임]점들을 지니고 있는 무한 급수에 대한 수학적 기호법은 그렇게 확장된 일반성의 한 예이다. 하나의 법칙이 주어지고 적혀 있는 항들은 하나의 예시로 기능한다.

이러한 방식으로 $(x)fx$ 는 “ $fx.fy.\dots$ ”로 쓸 수 있을 것이다.⁴⁾

뿐만 아니라 비트겐슈타인은 러셀의 『논고』 서론을 읽은 후에 러셀에게 보낸 편지에서 다음과 같이 말하고 있다. “당신이 “ $N(\bar{x})$ ”가 또한 $\sim p \vee \sim q \vee \sim r \vee \dots$ 를 의미하게끔 만들어질 수도 있다고 말한 것은 아주 옳다.”⁵⁾ 여기에서 비트겐슈타인은 무한한 선언지를 지니는 표현이 『논고』에서 허용된다는 것을 명시적으로 말하고 있다.

마지막으로 『논고』 이후에 비트겐슈타인이 일반성에 대한 『논고』의 생각을 어떻게 평가하고 있는지에 대해 무어가 기록한 『비트겐슈타인의 강의』(Wittgenstein's Lectures)를 살펴보면, 우리는 『논고』에서의 비트겐슈타인의 생각이 무엇이었으며, 또 그가 그 이후에 어떤 생각을 했는지를 가늠할 수 있다.

그는 다음과 같이 말했다. 그가 『논고』를 썼을 때, 그는 **모든** 그러한 일반 명제들이 “진리 함수들”이라고 가정했다. 그러나 그는 이것을 가정하면서 오류를 범했다고 말했다. 이는 수학의 경우에 공통된 것이며, 예를 들면 $1 + 1 + \dots$ 가 합이라고 가정하는 오류이다. 반면에 그것은 단지 **극한**일 뿐이며, dx/dy 가 몫(quotient)이라는 것도 마찬가지인데 이 또한 **극한**(limit)일 뿐이다. 그는 $(x).fx$ 가 $fa . fb . fc \dots$ 에 의해 대치될 수 있다는 사실에 의해 오도되었고, 후자의 표현이 항상 논리적 곱인 것은 아니라는 것, 그것은 만일 [줄임]점들이 그가 부른바 “게으름의 [줄임]점들”이라면 그 때에만—“A, B, C, …”에 의해 알파벳을 우리가 나타낼 때와 같이—논리적 곱이라는 것, 그리하여 [알파벳의 경우] 그 전체 표현은 한 열거에 의해 대치될 수 있다는 것, 그러나 예컨대 우리가 기수들을 1, 2, 3, …에 의해 나타낼 때에는 논리적 곱이 아니라는 것, 그리고 여기에서 [줄임]점들은 “게으름의 [줄임]점들”이 아니며, 전체 표현은 한 열거에 의해 대치될 수 없다는 것을 보지 못했다고 말했다.⁶⁾

4) Wittgenstein (1961), p. 49.

5) Wittgenstein (1961), p. 130.

6) Wittgenstein (1993), pp. 89-90.

이 인용문을 보면 비트겐슈타인이 『논고』에서 $1 + 1 + \dots$ 을 합이라고 하는 것처럼 $\sim p \vee \sim q \vee \sim r \vee \dots$ 을 논리적 합이라고 간주했다는 것을 알 수 있다. 하지만 이제 그는 그러한 자신의 예전 생각을 비판하고 있는데, $1 + 1 + \dots$ 이 합이 아니라 극한인 것처럼, $\sim p \vee \sim q \vee \sim r \vee \dots$ 도 더 이상 논리적 합이 아니라는 것이다.

이제 우리는 『논고』에서 무한한 연언지(선언지)를 가지는 표현을 허용했다는 것을 알 수 있다. 그리고 위의 무어의 보고를 보면 비트겐슈타인이 $\sim p \vee \sim q \vee \sim r \vee \dots$ 이 논리적 합이라고, 즉 “선언 명제”라고 간주했다는 것을 알 수 있다. 그러한 선언 명제는 현대 논리학에서는 “무한 선언”이라고 부르는 것이다. 현대 논리학에서는 무한 연언과 무한 선언을 다루는 논리를 무한 논리학(infinitary logic)이라고 부른다. 따라서 우리는 『논고』의 5.52가 이러한 무한 논리학의 가능성을 최초로 예견한 언급이라고 말할 수 있다.⁷⁾ 왜냐하면 프레게나 러셀의 논리학에서는 무한 연언이나 무한 선언이 전혀 거론된 바가 없기 때문이다.

3

그런데 러셀은 그가 쓴 『논고』의 서론에서 “연언과 선언으로부터 일반 명제들을 도출해 내는 비트겐슈타인의 이론”이라고 말한다.⁸⁾ 그는 다음과 같이 말한다.

“ $\sim p$ ”와 “ $p \vee q$ ”로부터 다른 진리 함수들로의 전개는 『수학 원리』
첫머리에 자세히 기술되어 있다. 이는 우리의 진리 함수의 논항들

7) 이를 최초로 정확히 지적한 철학자는 램지이다. 램지는 다음과 같이 말한다. “이전의 어떤 저자들도 진리 함수들을 유한한 수의 논항들보다 많을 수 있는 것으로 간주하지 않았기 때문에, 이는 가장 중요한 혁신이다.” (Ramsey (1931), pp. 7-8.)

8) 비트겐슈타인 (2006), p. 131.

인 명제들이 열거에 의해서 주어져 있을 때 필요한 모든 것을 제공한다. 그러나 비트겐슈타인은 매우 흥미로운 분석에 의해서 그 과정을 일반적 명제들에까지, 즉 우리의 진리 함수의 논항들인 명제들이 열거에 의해 주어지지 않고, 어떤 조건을 만족시키는 모든 것으로서 주어지는 경우에까지 확장하는 데 성공하고 있다. 예를 들어 fx 가 ‘ x 는 사람이다’와 같은 명제 함수(즉 명제들을 값으로 가지는 함수)라고 하자. 그러면 fx 의 다양한 값들은 명제들의 어떤 한 집합을 형성한다. 우리는 “ $\sim p, \sim q$ ”라는 관념을 확장해서, fx 의 값이 되는 모든 명제들의 동시적 부정에까지 적용할 수 있을 것이다. 이런 방식으로 해서 우리는 수리 논리학에서 보통 “ fx 는 x 의 모든 값에 대해 거짓이다”라는 말로 표현되는 명제에 도달한다. (...) 일반 명제들을 다루는 비트겐슈타인의 방법은 다음과 같은 사실에 의해 이전의 방법들과 다르다. 일반성은 관련된 명제들의 집합을 제시하는 데에서만 나타나며, 이것이 이루어졌을 때 진리 함수의 구성은 유한수의 열거된 논항들 p, q, r, \dots 의 경우와 꼭 같이 진행된다.⁹⁾

이 인용문을 보면 우리는 러셀이 5.52와 관련된 비트겐슈타인의 생각들을 **어느 정도는** 정확하게 파악하고 있다는 것을 알 수 있다. 러셀은 비트겐슈타인이 “진리 함수의 논항들인 명제들이 열거에 의해 주어지지 않고, 어떤 조건을 만족시키는 모든 것으로서 주어지는 경우에까지” 일반 명제들에 대한 진리 함수들로의 전개에서 성공하고 있다고 지적하고 있다. 또한 위의 마지막 문장에서는 일반 명제를 다루는 “비트겐슈타인의 방법”이 어떤 점에서 새로운 것인지에 대해서도 “일반성은 관련된 명제들의 집합을 제시하는 데에서만 나타나며, 이것이 이루어졌을 때 진리 함수의 구성은 유한수의 열거된 논항들 p, q, r, \dots 의 경우와 꼭 같이 진행된다.”라고 말함으로써, 앞에서 우리가 논의한 무한 연언과 무한 선언을 러셀이 염두에 두고 있다는 것도 알 수 있다.

그런데 비트겐슈타인은 자신의 일반성 개념을 러셀이 정확하게 파악하지 못했다고 간주한다. 그는 러셀에게 보낸 편지에서, 러셀의

9) 비트겐슈타인 (2006), pp. 129-130.

서문에 대해 다음과 같이 대답한다.

나는 기존의 일반성에 대한 기호법에서 그것 안에 있는 진리 함수인 것과 순수하게 일반성인 것을 어떻게 내가 분리하고 있는지 그 방법을 당신이 이해하지 못했다고 생각한다. 한 일반 명제는 어떤 형식의 **모든 명제들**의 진리 함수이다.¹⁰⁾

당신이 “ $N(\bar{\xi})$ ”가 또한 $\sim p \vee \sim q \vee \sim r \vee \dots$ 를 의미하게끔 만들어 질 수도 있다고 말한 것은 아주 옳다. 그러나 이는 문제가 되지 않는다! 나는 당신이 기호법 “ ξ ”를 이해하지 못했다고 생각한다. 그것은 “ ξ 의 모든 값들에 대해서 ...”를 의미하지 않는다. 그러나 그것에 대해서 모든 것은 내 책 속에서 말해졌고 나는 그것을 다시 쓸 수 없다고 느낀다.¹¹⁾

그렇다면 비트겐슈타인이 생각하는 바, 러셀은 무엇을 정확하게 파악하지 못했는가? 비트겐슈타인에 따르면 그것은 두 가지다. 첫째, 러셀은 비트겐슈타인의 기호법 “ ξ ”를 이해하는 데 실패했다. 러셀은 명제의 일반적 형식 [\bar{p} , $\bar{\xi}$, $N(\bar{\xi})$]를 해설하면서 “ $\bar{\xi}$ 는 명제들의 임의의 집합을 나타낸다.”¹²⁾라고 말했는데, 바로 이것이 잘못되었다는 것이다. 앞에서 확인했듯이, “($\bar{\xi}$)”는 “명제들을 향으로 가지는 괄호 표현”이며, 그리하여 예컨대 ξ 가 P, Q, R이라는 3개의 값을 가진 것이라면, ($\bar{\xi}$)=(P, Q, R)이다.(5.501) 그리고 이 등식에서 $\bar{\xi}$ 가 “그 변항이 괄호 속에 들어 있는 그 변항의 값들 전부를 대표한다는 것”(5.501)을 알 수 있다. 그렇기 때문에, “ $\bar{\xi}$ 는 명제들의 임의의 집합을 나타낸다.”라는 러셀의 설명은 옳지 않다.

둘째, 비트겐슈타인에 따르면, 러셀은 비트겐슈타인이 진리함수와 순수한 일반성을 분리시키는 방법을 이해하지 못하고 있다. 자, 그

¹⁰⁾ Wittgenstein (1961), p. 130.

¹¹⁾ Wittgenstein (1961), p. 130.

¹²⁾ 비트겐슈타인 (2006), p. 130.

렇다면 비트겐슈타인은 그 양자를 어떻게 분리시키고 있는가? 우리는 이를 5.52에서 확인할 수 있다. 5.52는 조건문 형태로 이루어져 있다.

$$\begin{aligned} &\xi \text{의 값들이 } x \text{의 모든 값들에 대한 함수 } f_x \text{의 값 전체라면, } N(\bar{\xi}) \\ &= \sim(\exists x)f_x \text{가 된다. (5.52)} \end{aligned}$$

여기에서 전건 “ ξ 의 값들이 x 의 모든 값들에 대한 함수 f_x 의 값 전체이다”는 매우 중요하데, 왜냐하면 이 조건을 간과하면 비트겐슈타인의 생각을 완전히 놓치는 꼴이 될 것이기 때문이다. 나는 이 조건을 “ ξ -조건”이라고 부르고자 한다. ξ -조건을 거론하지 않으면서, 예컨대 보편 양화 명제와 무한 연언 명제를 동일시한다면 이는 『논고』의 생각을 잘못 파악하는 것이다.¹³⁾ 가령 포겔린(R. Fogelin)은 다음과 같이 말한다.

러셀은 자신의 『논고』 서론에서, “연언들과 선언들로부터 일반 명제들을 도출하는 비트겐슈타인 씨의 이론”에 대해 이야기한다. 러셀이 염두에 두고 있는 것은 보편 양화 표현 $(x)F_x$ 를 다음의 연언, 즉

$$F_a \ \& \ F_b \ \& \ F_c \ \& \ \dots$$

과 동일화하는 것이고 또 존재 양화 표현 $(\exists x)F_x$ 를 다음의 선언, 즉

$$F_a \ \vee \ F_b \ \vee \ F_c \ \vee \ \dots$$

과 동일시하는 것이다. 그렇다면, 그 생각이란 우리는 함수 F_x 의 모든 값들로부터 적절한 연언과 선언을 구성함으로써 이들 양화 진술을 구성할 수 있다는 것이다.¹⁴⁾

여기에서 포겔린의 지적이 옳다면 러셀은 오류 가까이에 접근하고 있는데, 왜냐하면 ξ -조건 없이 $(x)F_x$ 와 $F_a \ \& \ F_b \ \& \ F_c \ \& \ \dots$ ”를

13) 킬미스터는 바로 이러한 오류를 범하고 있다. 참고: Kilmister(1984), p. 202, p. 212.

14) Fogelin (1987), pp. 60-61.

동일화하는 것은 오류이기 때문이다. 물론 포겔린은 “함수 F_x 의 모든 값들로부터”라는 어구를 첨가함으로써 러셀이 단순히 양자를 동일화한 것은 아니라는 점을 지적하고 있다. 그러나 여기에서 가장 본질적인 것이 ξ -조건이라는 점은 아무리 강조해도 지나치지 않다. 러셀 또한 위의 인용문에서 ξ -조건에 해당되는 것을 “일반성은 관련된 명제들의 집합을 제시하는 데에서만 나타난다.”라는 언급으로 서술하고 있다. 그러나 불행하게도 그는 ξ -조건의 중요성을 간과하고서 “연언과 선언으로부터 일반 명제들을 도출해 내는 비트겐슈타인의 이론”이라고 말하고 있다. 그가 말해야 했던 것은 “ **ξ -조건 하에서** 연언과 선언으로부터 일반 명제들을 도출해 내는 비트겐슈타인의 이론”이었던 것이다.¹⁵⁾

따라서 이제 우리는 “ ξ -조건”이 주어질 때에만, 즉 그러한 조건 하에서만, 보편 양화 명제가 연언 명제와 동치이고, 존재 양화 명제가 선언 명제와 동치라는 것을 알 수 있다. 다시 말해, 5.52에 따르면, 특정한 조건(즉 ξ -조건) 하에서만 보편 양화 명제와 연언 명제는 동치이며, 그러한 조건을 무시한다면 일반적으로는 양자가 동치라고 말할 수 없는 것이다. 바로 이러한 방법으로 비트겐슈타인은 보편 양화 명제와 연언 명제를 분리시키고 있다.

15) 나는 비트겐슈타인의 일반성에 대한 포겔린의 설명 또한 바로 이러한 러셀의 수준에 머물고 있다고 생각한다. 그는 다음과 같이 말한다. “나는 이렇게 생각하는데, 다음이 일반 명제들에 대한 비트겐슈타인 설명의 전체 이야기이다: 일반성은 오직 한 명제 함수에 의해 관련된 명제들의 집합을 명시하는 것(specifying)에서만 온다. 나머지 모든 것은 기술적인 문제(technical detail)이다.” (Fogelin (1987), p. 63) 이 언급을 보면 그가 ξ -조건의 중요성을 어느 정도 감지하고 있는 것처럼 보일 수 있다. 그러나 이는 그저 러셀의 언급을 반복하는 것에 지나지 않으며, 또 그 이후의 논의를 보면 그 또한 러셀과 같이 ξ -조건의 중요성을 충분히 파악하지 못하고 있다. 참고: Fogelin (1987), pp. 63-66.

4

앞에서 우리는 『논고』의 일반성 개념과 관련하여 ξ -조건의 결정적 역할을 살펴보았다. 그런데 이렇게 파악하는 순간 매우 미묘한 문제가 발생한다. 먼저 『논고』를 포기한 후에 1930년대에 비트겐슈타인이 일반성에 대한 자신의 생각에 대해 어떻게 평가하고 있는지를 살펴보기로 하자. 무어는 「비트겐슈타인의 강의」(Wittgenstein's Lectures)에서 다음과 같이 보고하고 있다.

『수학 원리』의 표기법을 사용하면서, 그는 우리에게 두 명제 “ $(x).fx$ 는 fa 를 함축한다”와 “ fa 는 $(\exists x).fx$ 를 함축한다”에 대해 생각해 볼 것을 요구하였다. 그는 $(x)fx$ 가 논리적 곱 “ $fa \cdot fb \cdot fc \dots$ ”와 동일하고, 또 $(\exists x).fx$ 는 “ $fa \vee fb \vee fc \dots$ ”와 동일하다고 말하려는 유혹이 있으며, 자신은 『논고』에서 그 유혹에 굴복하였는데, 하지만 이는 두 경우에 모두 실수였다고 말했다. 그 실수가 정확하게 어디에 놓여 있는지를 분명하게 밝히기 위해, 그는 먼저 “이 방에 있는 사람은 모두 모자를 하나 지니고 있다”(나는 이 명제를 “A”라고 부르겠다)와 같은 보편 명제의 경우에, 설령 스미스, 존스, 그리고 로빈슨만이 그 방에 있는 사람들일지라도, 그 논리적 곱 “스미스는 모자를 하나 지니고 있고 존스는 모자를 하나 지니고 있고 로빈슨은 모자를 하나 지니고 있다”가 A와 동일할 수 없는 것이 가능한데, 왜냐하면 A를 함축하는 한 명제를 얻기 위해서는, 우리는 명백하게도 “그리고 스미스, 존스, 그리고 로빈슨만이 그 방에 있는 사람들이다”를 덧붙여야 하기 때문이다. 그러면서 이 점을 그는 『논고』에서 알고 있었고 실제로 말했다고 먼저 말했다.¹⁶⁾

이 인용문을 보면, 비트겐슈타인은 자신이 『논고』에서 $(x)fx$ 가 “ $fa \cdot fb \cdot fc \dots$ ”와 동일하고, 또 $(\exists x).fx$ 는 “ $fa \vee fb \vee fc \dots$ ”와 동일하다고 말하려는 유혹에 굴복했다고 말하고 있다. 그러면서 그는 자신의 실수가 무엇이었는지를 밝히기 위해 다음의 두 명제를

16) Wittgenstein (1993), p. 89.

다루고 있다.

- (A) 이 방에 있는 사람은 모두 모자를 지니고 있다
- (B) 스미스는 모자를 지니고 있고 존스는 모자를 지니고 있고 로빈슨은 모자를 지니고 있다

이제 비트겐슈타인은 (A)와 (B)가 동등한 것인지를 묻고 있다.¹⁷⁾ 그에 따르면 설령 그 방에 있는 사람이 스미스와 존스와 로빈슨이 전부일지라도 (A)와 (B)는 동등하지 않다. 그러면서 그는 “(A)를 함축하는 한 명제를 얻기 위해서는”, 다음의 명제를 **덧붙여야 한다**고 말하고 있다.

- (C) 이 방에 있는 사람은 스미스와 존스와 로빈슨뿐이다.

이제 (C)가 다음의 (D), (E)와 동등하다는 것을 주목하자.

- (D) 이 방에 있는 모든 사람은 스미스와 존스와 로빈슨이다.
- (E) 스미스와 존스와 로빈슨을 제외한 다른 모든 사람은 이 방에 없다.

다시 말해서 (C)는 보편 명제인 것이다. 그런데 위의 인용문에서 (C)를 **덧붙인다**는 것은 무슨 뜻인가? 비트겐슈타인은 “이 점을 그는 『논고』에서 **알고 있었고 실제로 말했다**”고 말하고 있다. 그런

17) 혹자는 이 지점에서 (A)가 $(x)(Px \supset Qx)$ 또는 $(x)[(Px \ \& \ Rx) \supset Qx]$ 형식의 명제이므로, 위의 인용문에서와 같이 비트겐슈타인이 (A)를 $(x)fx$ 형식의 명제로 파악하는 것은 오류라고 간주할 수도 있을 것이다. 그러나 이는 그렇지 않다. 즉 우리는 fx 를 $Px \supset Qx$ 나 $(Px \ \& \ Rx) \supset Qx$ 로 정의할 수 있다.

데 우리는 앞에서 『논고』에서 논의된 것은 곧 ξ -조건이라고 지적하였다. 따라서 앞의 논의가 옳다면, (C)를 덧붙인다는 것은 곧 ξ -조건을 부여한다는 것을 뜻한다. 즉 (C)라는 **조건이 주어지면**, 또는 (C)라는 **조건 하에서** (A)와 (B)가 동등하다는 것이다. 즉 (C) \supset ((A) \equiv (B))이다.

그러나 위의 인용문을 음미해 보면 명시적으로 드러나 있는 것은 (B) & (C)가 (A)를 함축한다는 것이다. 더 나아가 비트겐슈타인은 술리크와 바이즈만과의 대화에서 다음과 같이 말한다.

나는 먼저 일상적인 ‘모든’에 대해, 예컨대 ‘이 방에 있는 모든 사람은 바지를 입고 있다’에 대해 이야기하고자 한다. 나는 이를 어떻게 아는가? 그 문장은 ‘술리크 교수는 바지를 입고 있고, 바이즈만은 바지를 입고 있고, 비트겐슈타인은 바지를 입고 있고, 그 외의 다른 어떤 사람도 이 방에 없다’를 의미한다. 모든 완전한 열거는 ‘그리고 그 외의 다른 것은 그렇지 않다’라는 말로 끝나야 한다. 이는 무엇을 의미하는가? 한 가지 생각은 ‘카르납 씨는 이 방에 없고, 아무개 씨는 … 등’이라고 말하게끔 하는 것이다. 그리고 여기에서 기대하게 될 명제는 ‘이것들이 모든 것들이다’인데, 이 명제는 존재하지 않는다.¹⁸⁾

이 인용문을 보면, 비트겐슈타인은 (B)&(C) \supset (A)가 아니라 오히려 (A) \equiv (B)&(C)를 언급하고 있다. 여기에서 우리는 비트겐슈타인이 (A) \supset (B)&(C)가 보편 명제의 의미에 의해서 성립한다는 것을 받아들이고 있다는 것을 알 수 있다.¹⁹⁾ 따라서 (C)를 덧붙인다는 것은 (A)와 (B)&(C)가 동치라는 것, 다시 말해 (B)와 함께 연언 명제를 형성한다는 점에 있다.

따라서 (C)를 덧붙인다는 것이 무엇인지에 대해 두 가지 해석이

¹⁸⁾ Wittgenstein (1979), p. 38.

¹⁹⁾ 이는 나중에 논의되겠지만 비트겐슈타인이 (C)에 해당되는 것이 항상 참이라고 전제하였다는 점과 관련이 있다.

가능하다. 하나는 $(C) \supset ((A) \equiv (B))$ 이고, 다른 하나는 $(A) \equiv (B) \& (C)$ 이다. 그렇다면 어느 쪽이 옳은가? 이는 양자가 동치라면 아무 문제도 불러일으키지 않을 것이다. 그러나 과연 그 둘은 동치인가? 그렇지 않다! 왜냐하면 (C) 가 거짓이면 전자는 참인데, 후자는 (C) 가 거짓이면서 (A) 와 (B) 가 참일 때 거짓이기 때문이다.

따라서 이제 우리는 이 지점에서 딜레마에 봉착한다. 비트겐슈타인은 무어가 보고한 강의와 술리크와의 대화에서 $(C) \supset ((A) \equiv (B))$ 가 아니라 $(A) \equiv (B) \& (C)$ 형식의 명제에 대해 말하고 있다. 그러나 5.52는 $(C) \supset ((A) \equiv (B))$ 의 형식으로 되어 있다. 따라서 “이 점을 그는 『논고』에서 알고 있었고 실제로 말했다”라는 비트겐슈타인의 언급은 거짓이다. 그는 『논고』 어디에서도 실제로 그렇게 말한 적이 없다. 한편 우리는 비트겐슈타인의 그 언급이 노골적으로 거짓이라고 말하기를 원치 않는다. 우리는 그가 진지하고 정직한 철학자임을 알고 있기 때문이다.

그렇다면 이 딜레마 상황을 어떻게 벗어날 것인가? 이를 위해서 “조건부 동치”라는 개념을 끌어들이도록 하자. 일반적으로 두 논리식은 동치가 아니지만 어떤 조건 하에서 조건부 동치일 수 있다. 가령 $p \& q$ 와 $p \vee q$ 는 p 와 q 가 각각 모두 참이라는 조건 하에서 조건부 동치이다. $p \& q$ 와 p 는 q 가 참이라는 조건 하에서 조건부 동치이다. 마찬가지로 (C) 가 참이라는 조건 하에서 $(C) \supset ((A) \equiv (B))$ 와 $(A) \equiv (B) \& (C)$ 는 조건부 동치이다.²⁰⁾

이제 우리는 비트겐슈타인이 (C) 에 해당되는 것이 항상 참이라고 전제하였기 때문에 $(C) \supset ((A) \equiv (B))$ 대신에 $(A) \equiv (B) \& (C)$ 를 언급했다고 말할 수 있다. 여기에서 (C) 에 해당되는 것은 앞에서 언급했듯이, ξ -조건이다. 따라서 ξ -조건이 항상 성립한다고 비트겐

20) 바꿔 말하면, $(C) \supset ((C) \supset ((A) \equiv (B))) \equiv ((A) \equiv (B) \& (C))$ 는 동어반복이다.

슈타인은 전제하고 있는 것이다. 이제 ξ -조건에서 가장 핵심적인 것은 변항 x 에 대입될 수 있는 상황들을 지정하는 것임을 주목하자. 우리는 그 상황들의 집합을 D 라고 부르고 $\{a, b, c, d, \dots\}$ 로 나타낼 수 있을 것이다. 그러면 D 는 곧 모델 이론에서의 논의영역(universe of discourse)과 유사한 개념이 될 것이다. “논의영역”이라는 용어는 불($G. Boole$)이 처음 사용한 것이라고 알려져 있다.²¹⁾ 그러나 현대 논리학에서 사용되는 “논의영역”이라는 용어는 양화논리를 논의할 때 나오는 것이며, 양화 논리는 프레게 이후에야 비로소 등장한 것이다. 더구나 모델 이론에서 다루는 ‘해석’은 힐베르트의 “형식 체계”라는 개념이 주어질 때 비로소 명료해지는 개념이다. 모델 이론에 따르면, 한 논리식 $(x)Ax$ 는 D 의 원소인 모든 a 에 대해 어떤 한 해석에서 Aa 가 참이라면, 그 해석에서 참이다. ξ -조건은 바로 이러한 논의영역의 필요성을 최초로 예견하고 있다.

5

이제 우리에게 제기되는 문제는 비트겐슈타인의 5.521을 어떻게 이해해야 하느냐 하는 점이다.

프레게와 러셀은 일반성을 논리적 곱이나 논리적 합과 결부시켜 도입하였다. 그래서 그 두 관념이 모두 포함되어 있는 명제 “ $(\exists x).fx$ ”와 “ $(x).fx$ ”를 이해하기가 어렵게 되었다. (5.521b)

앞에서 우리는 5.52를 해명하면서, 『논고』에서 (A)와 같은 보편 명제는 단순히 (B)와 같은 연언 명제가 아니라는 것을 지적하였다. 거기에는 ξ -조건의 충족이 필요하다. 그러한 조건이 충족된 상황에서만, 일반 명제는 연언 명제나 선언 명제와 동등하다. 그렇다면

21) Boole (1853), p. 42.

이제 우리에게 문제가 되는 것은 과연 프레게와 러셀에 대한 비트겐슈타인의 위의 비판이 적절한가 하는 점이다. 이를 위해서 먼저 프레게가 일반 명제를 어떻게 도입했는지를 살펴보자. 프레게는 『개념 표기법』 §11에서 다음과 같이 말한다.

한 판단의 표현에서 우리는 항상 \vdash 의 오른 쪽에 있는 기호들의 결합을 그것 안에 나타나는 기호들 중 하나의 한 함수로서 간주할 수 있다. 만일 우리가 다음과 같이

$$\vdash \text{---} \underline{a} \text{---} F(a)$$

이 논항을 한 독일 문자로 대치하고 또 만일 내용선에서 우리가 이 독일 문자를 지나는 한 오목 선(a concavity)을 도입한다면, 이는 우리가 그것의 논항으로서 무엇을 간주하든지간에, 그 함수가 하나의 사실이라는 판단을 나타낸다. (...) 그러한 판단으로부터, 그러므로, 우리는 항상 그 독일 문자에 어떤 다른 것을 매번 대입하고 그리고 나서 내용선에 있는 오목선을 제거함으로써 임의의 수의 **덜 일반적인 내용의 판단들**을 항상 도출할 수 있다.

$$\vdash \text{---} \underline{a} \text{---} F(a)$$

에 있는 오목선의 왼쪽에 있는 수평선은 a 자리에 우리가 무엇을 놓든지 간에 F(a)가 성립한다는 상황에 대한 내용선이다.²²⁾

앤스컴은 프레게의 이 인용문에 해당되는 「함수와 개념」에서의 언급²³⁾을 인용한 후 다음과 같이 말한다. “확실하게도 여기에서는 논리적 곱에 관한 것은 아무것도 없다. 그렇다면 비트겐슈타인의 논변이란 무엇인가?”²⁴⁾ 이어서 그녀는 다음과 같이 말한다. “그것

22) Frege (1997), pp. 69-70.

23) 프레게는 「함수와 개념」에서 보편 명제를 다음과 같이 기호화한 후에

$$\text{---} \underline{a} \text{---} F(a)$$

이 기호에 대해 다음과 같이 설명하고 있다. “그 기호로 나는 함수 F(x)가 그 논항이 무엇이든지 항상 그것의 값으로서 참을 가질 때 참이라고 이해하고 있다. 다른 모든 경우에는 그 기호는 거짓을 가리킨다.” (Frege (1997), pp. 143-144)

은 그 자신의 견해에 기초하고 있다. ‘(x)fx’와 같은 명제의 참은 논리적 곱 ‘fa.fb.fc.fd…’의 참이며, 여기에서 [줄임]점들은 함수 fx에서 논항들로서 존재하는 모든 이름들을 우리가 적을 수 없다는 것을 나타내고 있다. 그러므로 프레게가 그의 기호를 설명할 때, (….) 그는 사실상 ‘모든’을 논리적 곱과 관련해서 도입하고 있다.” 케니는 다음과 같이 말하면서 비트겐슈타인이 프레게의 생각을 왜곡(misrepresent)하고 있다고 주장한다. “5.521에서 비트겐슈타인은 프레게가 ‘일반성을 논리적 곱이나 논리적 합과 결부시켜 도입했다’고 말하고 있다. 이러한 주장을 보증하는 것은 프레게가 예컨대 『함수와 개념』에서 일반성을 도입하는 방식에서는 전혀 없다.”²⁵⁾

물론 위의 인용문을 보면, 프레게의 설명에는 앤스컴이 주장하는 바와 같이 **명시적으로는** 논리적 곱이 나오지 않는다.²⁶⁾ 그러나 프레게는 보편 양화 명제에 해당되는 함수를 설명하기 위해서 “모든”을 언급하고 있다. 즉 그는 위의 기호가 뜻하는 것은 “우리가 그 논항으로서 무엇을 간주하든지간에, 그 함수가 하나의 사실이라는 판단을 나타낸다.”라고 말하고 있다. 그러나 앞에서 살펴보았듯이 『논고』에서는 보편 양화 명제를 설명하기 위해서는 ξ -조건이 충족이 반드시 거론되어야 한다. 그렇다면 “모든”을 해명하면서 ξ -조건이 전혀 거론되지 않았다면 어떻게 되는가? 그러면 5.52의 후건만을 제시한 것이며, 결국 논리적 곱을 기반으로 보편 양화 명제를 도입하는 것이 되어 버린다.

이 점은 러셀의 경우에도 마찬가지이다. 러셀은 다음과 같이 말하고 있다.

우리는 기호 “(x). ϕx ”로 명제 “항상 ϕx ” 즉 $\phi \hat{x}$ 에 대한 모든 값

24) Anscombe (1959), p. 142.

25) Kenny (1986), pp. 66-67.

26) 물론 이 점은 『함수와 개념』에서도 마찬가지이다.

들을 주장하는 명제를 가리킬 것이다. (...) “(x). ϕ x”에 의해 주장된 것은 $\phi\hat{x}$ 에 대한 값들을 갖고 있는 모든 명제들이며, 따라서 “ ϕ x”를 유의미하게 만드는 x의 그러한 값들에 대해서일 뿐이다. 즉 우리가 “(x). ϕ x를 주장할 때 ϕ x가 주장되는, 모든 **가능한** 논항들에 대해서일 뿐이다.²⁷⁾

러셀은 이 인용문의 첫 줄에 나오는 “항상 ϕ x”에 대해서, 각주를 통하여 “여기에서 ‘항상’은 ‘모든 시간’이 아니라 ‘모든 경우에’를 의미하는 것으로 사용되고 있다”라고 밝히고 있다. 또한 이 인용문에서 러셀은 “우리는 기호 “(x). ϕ x”로 명제 “항상 ϕ x” 즉 $\phi\hat{x}$ 에 대한 모든 값들을 주장하는 명제를 가리킬 것이다.”라고 말하고 있다. 러셀 또한 프레게와 마찬가지로 ξ -조건에 해당되는 것을 전혀 거론하고 있지 않다.

따라서 이제 우리는 프레게와 러셀이 “일반성을 논리적 곱이나 논리적 합과 결부시켜 도입하였다”는 비트겐슈타인의 지적이 정당했다는 것을 알 수 있다. 반면에 앤스컴과 케니의 주장은 결코 정당하지 않은데, 특히 앤스컴이 ““(x) f x’와 같은 명제의 참은 논리적 곱 ‘fa.fb.fc.fd...’의 참이며, 여기에서 [줄임]점들은 함수 f x에서 논항들로서 존재하는 모든 이름들을 우리가 적을 수 없다는 것을 나타내고 있다”라고 말한 것을 보면 그녀가 ξ -조건에 해당되는 것을 전혀 파악하지 못하고 있다는 것을 우리는 알 수 있다.²⁸⁾ 비트겐슈타인은 ξ -조건을 도입함으로써 양화 명제와 진리함수 명제를 구분하고 있다. 한편 그는 ξ -조건이 주어지면, 보편 양화 명제와 연언 명제가 동치가 되는 경우가 있다는 것을 인정하고 있다. 여기에서 ξ -조건은 본질적으로 중요하다. 왜냐하면 양화 명제를 이해하기 위

27) Russell & Whitehead (1910), pp. 43-44.

28) 특히 이 논문의 8절에서 인용된 비트겐슈타인의 언급을 보면, 앤스컴이 말하는 ‘모든 이름들’은 그녀의 생각과는 정반대로 “(사전과 언어의 문법으로부터) 열거될 수 있다”고 비트겐슈타인은 간주하고 있다.

해서는 ξ -조건이 필수적이기 때문이다. 그리하여 비트겐슈타인은 프레게와 러셀이 그 조건을 무시하고 보편 양화 명제와 연언 명제를, 그리고 존재 양화 명제와 선언 명제를 동일시함으로써 “양화 명제를 이해하기 어렵게” 만들었다고 비판하고 있는 것이다.

그런데 앤스컴은 양화 명제가 이해하기가 어렵게 된 이유를 양화 명제의 그림 성격(pictorial character)이 모호하게 되었기 때문이라고 주장한다. 그녀는 다음과 같이 말한다.

왜 이러한 명제들을 ‘이해하기가 어렵게 되었는지’ 그 이유는 그것들의 그림 성격이 모호하게 된다(obscured)는 것이다. 그것들의 그림 성격은 그것들이 일단의 명제들의 진리함수들이라는 점에 있다.²⁹⁾

그러니까 앤스컴은 비트겐슈타인이 프레게와 러셀의 견해가 양화 명제를 이해하기 어렵게 만들었다고 주장했을 때, 그 이유는 양화 명제의 그림 성격이 은폐되기 때문이라고 보고 있는 것이다. 그러나 비트겐슈타인에 따르면 프레게와 러셀은 양화 명제를 연언 명제나 선언 명제와 동일시했다는 것이 문제다. 이제 프레게와 러셀에 대한 비트겐슈타인의 견해가 옳다고 하자. 그렇게 되면 양화 명제는 연언 명제나 선언 명제와 마찬가지로 ‘그림 성격’이 매우 명료하게 될 것이다. 따라서 앤스컴의 주장은 오류이다. 양화 명제를 이해하기가 어렵게 된 것은 ‘그림 성격’과는 하등 관계가 없다. 오히려 비트겐슈타인은 프레게와 러셀이 ξ -조건을 간과함으로써 양화 명제를 이해하기 어렵게 만들었다고 비판하고 있는 것이다.³⁰⁾

29) Anscombe (1959), pp. 142-143.

30) 5.521에서 “그 두 관념”은 무엇을 가리키는가? 앤스컴은 그 두 관념이 “한편으로는 일반성이라는 관념이고, 다른 한편으로는 (보편 명제의 경우에는) 논리적 곱이거나 (특칭[존재] 명제의 경우에는) 논리적 함”이라고 말한다 (Anscombe (1959), p. 142). 이러한 지적이 옳다는 것은 5.521을 음미하면 알 수 있다. 반면에 다음의 블랙의 해석은 옳지 않다. “**두 관념이 모두 포**

6

그런데 앤스컴은 일반성에 대한 비트겐슈타인의 이론은 무한한 경우에 전혀 설명될 수 없다고 주장한다.

나는 이 결론이 불만족스럽다고 생각한다. 무한한 경우에, 비트겐슈타인의 이론은 전혀 설명될 수 없다. 우리는 유한한 경우를 취해야만 하고 그가 그것과 무한한 경우 간의 중요한 어떤 차이들도 보지 못했다고 말해야만 한다.³¹⁾

케니는 이러한 앤스컴의 받아들인 다음, 『논고』에서는 러셀의 무한성 공리와 유사한 방식의 ‘유한성 공리’가 필요하며, 무한 연언이나 무한 선언은 각각 연언이나 선언이 아니기 때문에 비트겐슈타인의 일반성 정의는 옳지 않다고 주장한다. 그는 먼저 다음과 같이 말한다.

비트겐슈타인의 방법은 다음과 같은 것이 된다. 보편 양화된 진술들은 긴 연언들로 그리고 존재 양화된 진술들은 긴 선언들로 이해된다. 그리고 이 방법은 어떤 경우에는 충분히 합당한 것으로 보인다. ‘모든 사도들은 유대인이었다’는 ‘베드로는 유대인이었고

함되어 있는: 양화된 명제를 이해하기 위해서는, 우리는 ‘모든’에 의해 의미된 것과 또한 ‘동시 부정’에 의해 의미된 것—또는 어떤 다른 진리 함수—를 이해해야 한다.” (Black (1964), p. 284) 그는 ‘동시 부정’을 언급함으로써 지나치게 문맥을 일탈하고 있다. 포겔린은 5.521을 인용한 후에 다음과 같이 말한다. “논리적 곱과 논리적 합이라는 관념들이 이 일반 명제들에 포함되어 있다는 주장은 은유적(metaphorical)이지만, 나는 비트겐슈타인이 염두에 두고 있는 것은 다음이라고 생각한다: 개별적인 연언지나 선언지 각각 (Fa, Fb, 등)은 이 일반 논리식들의 한 사례로서 간주된다.” (Fogelin (1987), p. 65) 이러한 포겔린의 언급은 대단히 피상적이다. “포함되어 있다”는 주장은 결코 은유적인 것이 아니며, 5.52에서 선명하게 드러나 있다. 또한 포겔린은 ξ -조건을 대단히 피상적으로 이해하고 있다.

31) Anscombe (1959), pp. 148-149.

야고보는 유태인이었고 요한은 유태인이었고 … 그리고 유다는 유태인이었다'와 동등한 것으로, 그리고 '배신한 사도가 있었다'는 '베드로가 배신자였거나 야고보가 배신자였거나 요한이 배신자였거나 … 또는 유다가 배신자였다'로 잘 이해될 수 있다. 그러나 이것이 합당한 것으로 보이는 이유는 우리가 베드로, 야고보, 요한 등등이 존재하는 모든 사도들이라는 것을 안다고 암묵적으로 전제하기 때문이다. 만일 이것을 명시적으로 드러내고 싶으면, 양화된 다른 진술, 예를 들어, '베드로는 사도였고 야고보는 사도였고 … 그리고 유다는 사도였으나 **그 외에 어떤 대상도 사도가 아니었다**'를 사용하여 그렇게 해야 할 것이다(WVC, 38 참조). '다른 그 어떤 대상도 사도가 아니었다'를 '모든 사도들은 유태인이었다'를 표현하려고 했던 방식으로 표현하기 위해서는 이 논의 영역 안의 모든 대상들을 열거하고 그 대상들 각각에 대해서 그것이 사도였다는 것을 부정해야만 할 것이다. 만일 그 논의영역이 무한한 수의 대상들을 포함한다면, 아마도 이것은 달성하기가 불가능한 과제일 것이다. 따라서 비트겐슈타인의 방법이 실행될 수 있는 가능성은 이 세계에 있는 대상들의 수가 유한한가에 달려 있는 것처럼 보인다.³²⁾

먼저 우리는 케니가 비트겐슈타인의 방법이 “보편 양화된 진술은 긴 연언으로 그리고 존재 양화된 진술은 긴 선언으로 이해된다”는 것에 해당된다고 말할 때, ξ -조건의 중요성을 완전히 놓치고 있다는 점을 알 수 있다. 그만큼 그는 비트겐슈타인의 생각을 정확하게 파악하는 데 실패하고 있다. 그런데 그는 이 인용문에서 “논의영역이 무한한 수의 대상들을 포함”하는 경우에는 비트겐슈타인의 방법이, 즉 케니가 파악하는 바, 보편 양화 진술을 긴 연언으로 그리고 존재 양화 진술을 긴 선언으로 파악하는 방법이 “달성하기가 불가능한 과제”일 것이라고 주장하고 있다. 그 근거로서 케니는 “그 외에 어떤 대상도 사도가 아니었다”를 연언으로 설명하려 할 때 “논의영역이 무한한 수의 대상들을 포함”하는 경우에는 불가능하기 때문이라는 것이다. 그리하여 그는 비트겐슈타인의 일반성 개념이 성

³²⁾ Kenny (1973), pp. 91-92.

립하려면, “유한성의 공리”가 필요하다고 주장한다. 그는 다음과 같이 말한다.

만약 이것이 그 경우에 대한 정당한 진술이라면, 러셀이 수론을 계도에 올리기 위해 무한성 공리를 필요로 했던 것처럼, 비트겐슈타인은 양화 이론을 계도에 올리기 위해 유한성 공리를 필요로 하게 될 것처럼 보인다. 그리고 이는 『수학 원리』에 대한 불만족에서 발전한 한 체계에 대한 불안정한 결과처럼 보인다. 게다가, 『논고』의 다른 곳에서 비트겐슈타인은 이 세계가 유한한가 하는 문제를 미해결의 문제로 다루고 있다. 최소한 그는 어떤 의미에서는 모든 각각의 사태가 무한하게 많은 대상으로 이루어져 있다는 것이 상상가능하다고 생각한다(TLP, 4.2211). (….) 그러나 만일 얼마나 많은 이름들이 존재하느냐 하는 것이 어떤 의미에서 논리에 의해 해결될 수 없는 미해결의 문제라면, 비트겐슈타인은 양화사 기호법을 일관되게 도입할 수 있을 것으로 보이지 않는다. 왜냐하면 그 기호법은 이름들의 수가 유한해야만 작동할 것이기 때문이다.³³⁾

케니는 비트겐슈타인이 자신의 양화 이론을 제대로 정립하기 위해서는 ‘유한성 공리’가 필요한데, 『논고』에서는 “이 세계가 유한한가의 문제를”, 또는 “얼마나 많은 이름들의 존재”하는가 하는 문제가 미해결의 문제로 남겨두기 때문에, 비트겐슈타인은 양화사 기호법을 일관성 있게 도입할 수 없을 것이라고 주장하고 있다. 그러나 우리는 앞에서 ξ -조건에서 비트겐슈타인은 무한한 경우도 허용하였다는 것을 살펴보았다. 또한 그가 무한 연언과 무한 선언을 받아들였다는 점도 살펴보았다. 다시 말해 케니의 주장과 달리 “논의 영역이 무한한 수의 대상들을 포함”하는 경우에도 비트겐슈타인은 양화사 기호법을 일관성 있게 도입하고 있다. 따라서 이러한 케니의 주장과 더 나아가 앤스컴의 주장은 오류이다.³⁴⁾

³³⁾ Kenny (1973), pp. 92-93.

³⁴⁾ 글록 또한 다음과 같이 케니와 유사한 주장을 하고 있다. “이는 또한 두 번째 문제를 피한다. 우리는 세계(universe)에 있는 대상들의 수가 유한할 때에

7

램지는 일반성에 대한 비트겐슈타인의 견해가 어떻게 $(x)fx$ 로부터 fa 가, 또 어떻게 fa 로부터 $(\exists x)fx$ 가 추론될 수 있는지를 설명하는 “유일한 견해”라고 주장한다.

일반 명제에 대한 이러한 견해는 큰 장점을 지니고 있는데, 그것은 비트겐슈타인 씨의 논리적 추론에 대한 설명을 그것들대로 우리로 하여금 확장할 수 있게 한다는 것이다. 그리고 형식 논리는 동어반복으로 이루어져 있다는 그의 견해를 말이다. 그것은 또한 어떻게 ‘ fa ’가 ‘모든 x 에 대해서, fx ’로부터 추론될 수 있는지를, 또 ‘ fa ’로부터 ‘ fx 인 x 가 존재한다’가 추론될 수 있는지를 설명하는 유일한 견해이다. ‘ fx 인 x 가 존재한다’가 형식 ‘ $F(f)$ ’(f 는 적용을 지닌다)라는 원자 명제로서 간주되어야 한다는 다른 이론은 이 점을 전적으로 불분명한 것으로 남겨둔다.³⁵⁾

여기에서 램지가 “다른 이론”이라고 언급했을 때, 그가 염두에 두고 있는 일반성 이론은 아마도 러셀의 이론일 것이다.³⁶⁾ 러셀은 “기호 “ $(\exists x).\phi x$ ”는 “ ϕx 가 참이 되는 x 가 존재한다” 또는 “ $\phi \hat{x}$ 를 만족하는 x 가 존재한다”로 읽을 수 있다”³⁷⁾라고 말하고 있는데, 램지는 이를 “ ϕ 는 적용을 지닌다”로 나타내고 있는 것이다.³⁸⁾ 그렇다

만 ‘ $(x)fx$ ’를 어떤 특정 연언 ‘ fa_1, fa_2, \dots, fa_n ’으로 분석할 수 있다. 유한한 영역에 대해 양화하는 것조차도, 예를 들어 ‘이 방에 있는 모든 것은 방사능이 있다’도 ‘그 컵은 방사능이 있고, 그 탁자는 방사능이 있다’와 같은 특정한 논리적 곱과 동치인데, 이는 우리가 ‘그리고 그 방에는 나머지 다른 것은 아무것도 없다’라는 단서를 첨가할 때에만 그러하다. 이때 이 단서는 세계가 무한한 수의 대상들을 포함하지 않을 때에만 다시 어떤 특정한 논리적 곱으로 표현될 수 있다. 이는 양화에 대한 설명을 ‘유한성 공리’에 의존하게 만들 것이다.”(Glock (1996), p. 147)

35) Ramsey (1931), p. 153.

36) 참고: Ramsey (1931), p. 8.

37) Russell & Whitehead (1910), p. 16.

면 램지는 『논고』의 일반성에 대해서 어떻게 파악하고 있는가? 그는 다음과 같이 말한다.

이것들[일반 명제들]에 대해서 나는 ‘모든 x 에 대해서 fx ’가 ‘ fx ’의 모든 값들의 논리적 곱, 즉 fx_1 그리고 fx_2 그리고 fx_3 그리고 …의 결합과 동치이며, 또 ‘ fx 인 x 가 존재한다’는 유사하게 그것들의 논리적 합이라는 비트겐슈타인 씨의 견해를 받아들인다. 그러한 기호들과 관련해서 우리는 먼저 일반성의 요소를 구분할 수 있는데, 이는 진리 논항들을 명시할 때 들어오며, 이는 앞에서와 같이 열거되지 않지만, 어떤 명제적 함수의 모든 값들을 확정한다. 그리고 다음으로 처음 경우에는 논리적 곱이고 두 번째 경우에는 논리적 합인 진리함수 요소를 구분한다.³⁹⁾

이 인용문에서 램지는 $(x)fx$ 가 “‘ fx ’의 모든 값들의 논리적 곱, 즉 fx_1 그리고 fx_2 그리고 fx_3 그리고 …의 결합”과 동치라고 보고 있다. 이때 후자는 “ fx 의 값들이 fx_1, fx_2, fx_3, \dots 이고, $fx_1 \& fx_2 \& fx_3 \& \dots$ ”과 같은 것처럼 보인다. 다시 말해 이 인용문에서 램지는 $(C) \supset ((A) \equiv (B))$ 의 형식이 아니라 $(A) \equiv (B) \& (C)$ 의 형식을 말하고 있는 것처럼 보인다. 또한 그는 “어떤 명제적 함수의 모든 값들”의 확정이라고 언급하면서 ξ -조건에 해당되는 것을 거론하고 있다.

그러나 과연 램지가 ξ -조건의 중요성을 정확하게 파악하고 있는지는 다소 불분명하다. 그는 비트겐슈타인의 일반성에 대한 견해에 대한 가능한 반대 견해에 대해 다음과 같이 비판하고 있다.

두 번째 반대는 더 심각하다. 다음과 같이 말해질 것이다. 일반 명제에 대한 이 견해는 세계에 어떤 사물들이 존재하느냐 하는 것을, 실제로 그러한 바와 같이, 우연적 사실이 아니라, 논리학에

38) 참고: “명제 “ $(\exists x).fx$ ”를 –러셀처럼– “ fx 는 가능하다”라는 말로 옮기는 것은 옳지 않다.” (5.525)

39) Ramsey (1931), pp. 152-153.

의해 전제된 것으로서 또는 기껏해야 논리학의 한 명제로 만들 것이다. 따라서 다음과 같이 주장될 것이다. 설령 내가 세계에 있는 모든 것들의 목록 ‘a’, ‘b’, …, ‘z’를 갖고 있을 수 있을지라도, ‘모든 x에 대해, fx’는 ‘fa&fb& …&fz’와 여전히 동등하게 되지 않고, 오히려 ‘fa&fb& …&fz 그리고 a, b, …, z는 모든 것이다’와 동치가 될 것이다. 이에 대해 비트겐슈타인 씨는 ‘a, b, …, z는 모든 것이다’는 무의미라고 대답할 것이며, 동일성에 대한 그의 개선된 표기법에서는 전혀 적힐 수 없다고 대답하게 될 것이다. (….) 그 반대는 명백하게도 만일 ‘a, b, …, z가 모든 것이다’가, 내가 생각하기에 그것이 만들어질 수 있는 적절한 정의들과 함께, 동어반복이라면 힘이 없게 될 것이다. 왜냐하면, 그러면 그것은 의미를 변경하지 않고서 배제될 수 있을 것이기 때문이다.⁴⁰⁾

나는 이렇게 생각하는데, 이 인용문에서 램지는 $(C) \supset ((A) \equiv (B))$ 의 형식과 $(A) \equiv (B) \& (C)$ 의 형식을 둘 다 거론하고 있다. 전자는 『논고』의 대상들이 a, b, …, z라고 가정할 때, $(x)fx$ 와 동치인 것은 $fa \& fb \& \dots \& fz$ 이라는 주장이다. 이 경우에 『논고』의 대상들이 a, b, …, z라는 가정은 곧 ξ -조건에 해당된다. 후자는 $(x)fx$ 와 동치인 것은 $(fa \& fb \& \dots \& fz) \& (a, b, \dots, z \text{는 모든 것이다})$ 라는 주장이다. 이때 “a, b, …, z는 모든 것이다”는 “fx의 값들은 fa, fb,, …, fz이다”로 바꿀 수 있다.

이제 램지는 반대 견해에 대해, “a, b, …, z는 모든 것이다”가 필연적인 명제이고 동어반복이라고 응수함으로써 그 반대 견해를 물리치고 있다.⁴¹⁾ 그런데 앞에서 논의된 바와 같이, “a, b, …, z는 모든 것이다”는 5.52의 ξ -조건이다. 그리고 앞에서 우리는 비트겐슈타인이 『논고』에서 ξ -조건이 항상 성립하는 것으로 전제했다는 점을 살펴보았다. 그렇기 때문에 나는 『논고』에 대한 이러한 램지의 변호가 정당한 것이었다고 생각한다.

40) Ramsey (1931), p. 154.

41) 참고: Ramsey (1931), pp. 154-155.

그러면 이제 마지막으로 비트겐슈타인 자신의 평가를 살펴보면
서, 지금까지의 논의가 과연 옳은 것인지를 검증하기로 하자. 『논
고』를 포기한 후에 그는 일반성에 대한 『논고』의 생각을 비판한다.
그는 『철학적 문법』에서 “일반성에 대한 나의 이전 견해에 대한
비판”이라는 제목 아래 다음과 같이 말하고 있다.

일반 명제들에 대한 나의 견해는 $(\exists x).\phi x$ 는 논리적 함이라는 것
이고, 또 비록 그것의 항들은 **여기에서** 열거되지 않는지라도,
그것들은 (사전과 언어의 문법으로부터) 열거될 수 있다는 것이다.
왜냐하면 만일 그것들이 열거될 수 없다면 우리는 논리적 함을 갖
지 않기 때문이다. (아마도, 논리적 함들의 구성을 위한 한 규칙)

물론, 논리적 함으로서의 $(\exists x).\phi x$ 에 대한 설명과 논리적 곱으로
서의 $(x).\phi x$ 에 대한 설명은 방어 가능하지 않다. 이는 언젠가 어
떤 한 특정한 $(x).\phi x$ 에 대해서 논리적 곱이 발견될 것이라고 내
가 생각했다는 점에서 옳지 않은 논리적 분석의 개념과 병행했다.
- 물론 $(\exists x).\phi x$ 가 어떤 방식에서는 논리적 함과 같이, 그리고
 $(x).\phi x$ 는 [논리적] 곱으로 거동한다는 것은 옳다. 사실상 “모든”
과 “어떤”이라는 단어들의 **한 가지** 사용에 대해서는 나의 이전
설명은 옳다. - 예를 들어 “모든 원색들은 이 그림에 나타난다”
또는 “C 장조의 모든 음들은 이 테마에서 나타난다”에 대해서는
말이다. 그러나 “모든 사람은 200살이 되기 전에 죽는다”와 같은
경우들에 대해서는 나의 설명은 옳지 않다.⁴²⁾

앞에서 지적되었듯이, 『논고』에서 ξ -조건은 항상 성립하는 것으로
전제되었다. 그러나 과연 ξ -조건은 항상 필연적으로 참인가? **어떤**
경우에는 필연적으로 참이다. 즉 위의 인용문에서 제시되어 있듯이,
“원색”이나 “C 장조의 음”, “알파벳” 등과 같이 우리의 문법에 의
해 이미 규정되어 있는 경우는 그러하다. 그래서 “이 종이에 는 모

42) Wittgenstein (1974), p. 268.

든 알파벳이 적혀 있다”는 “이 종이에 a가 적혀 있고, b가 적혀 있고, ..., z가 적혀 있다”와 동치이다. 물론 이 경우에 “알파벳은 모두 a, b, ..., z이다”가 ξ -조건이며, 이는 문법에 의해 필연적으로 참인 명제이다.

반면에 ξ -조건이 항상 필연적으로 참인 것은 **아니다**. “이 방에 있는 사람은 모두 모자를 하나 지니고 있다”(A)가 “스미스는 모자를 지니고 있고 존스는 모자를 지니고 있고 로빈슨은 모자를 지니고 있다”이고 “이 방에 있는 사람은 스미스와 존스와 로빈슨뿐이다.”(B) & (C)와 동치일 때, (C)는 필연적으로 참인 명제가 아니라 우연적으로 참인 명제일 뿐이다. 따라서 이 경우에는 ξ -조건은 문법에 의해 참인 경우가 아니다.

비트겐슈타인은 자신이 『논고』에서 ξ -조건은 항상 성립하는 것으로, 즉 “사전과 언어의 문법으로부터” 주어지는 것으로 보았다는 것을 지적하고 있다. 그러나 이제 그는 그것이 항상 그런 것은 아니라는 것을 말하고 있으며, 가령 “모든 사람은 200살이 되기 전에 죽는다”와 같은 일반 명제에는 더 이상 『논고』의 정의가 적용되지 않는다고 지적하고 있다. 이 경우 ξ -조건은 문법이나 사전에 의해 규정되어 있지 않기 때문이다.⁴³⁾

43) 이 논문을 꼼꼼하게 읽고 적절한 지적과 비판을 해주신 세 분의 심사위원께 깊이 감사드립니다.

참고문헌

- 비트겐슈타인 (2006), 이영철 옮김, 『논리-철학 논고』, 책세상.
- Anscombe, G. E. M. (1959), *An Introduction to Wittgenstein's Tractatus*, Hutchinson University Library, London.
- Black, M. (1964), *A Companion to Wittgenstein's Tractatus*, Cornell University Press, Ithaca, New York.
- Boole, G. (1853), *An Investigation of the Laws of Thought*, Dover Publications, INC.
- Fogelin, R. J. (1987), *Wittgenstein*, second edition, Routledge, New York.
- Frege, G. (1997), *The Frege Reader*, edited by M. Beaney, Blackwell Publishing.
- Glock, H. (1996), *A Wittgenstein Dictionary*, Blackwell.
- Kenny, A. (1973), *Wittgenstein*, Penguin Books.
- Kenny, A. (1986), "The Ghost of the *Tractatus*" in *Ludwig Wittgenstein: Critical Assessments*, edited by S. Shanker, volume 1, pp. 65-75, Croom Helm, 1986.
- Kilmister, C. W. (1984), *Russell*, St. Martin's Press, New York.
- Ramsey, F. P. (1931), *The Foundations of Mathematics and Other Logical Essays*, Routledge & Kegan Paul Ltd., London.
- Russell, B. & Whitehead, A. N. (1910), *Principia Mathematica*, volume 1, Merchant Books.
- Wittgenstein, L. (1961), *Notebooks 1914-1916*, translated by G. E. M. Anscombe, Harper & Row, Publishers, New York and Evanston.
- Wittgenstein, L. (1993), *Philosophical Occasions 1912-1951*, edited by J. C. Klagge and A. Nordmann, Hackett Publishing Company, Indianapolis & Cambridge.

- Wittgenstein, L. (1974), *Philosophical Grammar*, edited by R. Rhees, translated by A. Kenny, University of California Press, Berkeley and Los Angeles.
- Wittgenstein, L. (1979), *Wittgenstein and the Vienna Circle*, translated by J. Schulte and B. McGuinness, Basil Blackwell.
- Wittgenstein, L. (1922), *Tractatus Logico-Philosophicus*, translated by C. K. Ogden, Routledge & Kegan Paul LTD, London, Bosen and Henley.

숙명여자대학교 리더십교양교육원
Sookmyung Women's University, Leadership General Education
Institute
willsam@sookmyung.ac.kr

ARTICLE ABSTRACTS

On the Concept of Generality of the *Tractatus*

Jeong-il Park

Both 5.52 and 5.521 of *the Tractatus Logico-Philosophicus* raise several questions. In this paper I will explicate Wittgenstein's concept of generality by answering such questions. These questions and problems are closely intertwined. I will try to show what follows. It is ξ -conditions that are most decisive on the concept of generality of the *Tractatus*. Except Ramsey, commentators such as Anscombe, Glock, Kenny etc. failed in accurately grasping the Wittgenstein's thoughts concerning ξ -condition and their claims are not fair at all. Furthermore, from a view point of history of logic, 5.52 has very important significances. That is to say, it anticipates for the first time a possibility of infinitary logic and the concept of universe of discourse in model theory.

Key Words: Wittgenstein, Frege, Russell, Ramsey, Generality, General Propositions, ξ -condition