자체적으로 정당한 규칙과 논리상항의 의미*

정 인 교 (고려대)

【요약문】 타당한 논증과 논리적 귀결에 대한 프라위츠와 더밋의 증명 이론적 정의는 그 적절성을 위해 이른바 "근본 가정"과 "도입규칙들은 자체적으로 정당한 규칙들이다"는 두 논제들을 전제하고 있다. 이 글에서는 어떤 규칙들, 특히 도입규칙들이 자체적으로 정당하다는 두 번째 논제가 어떻게 이해될 수 있는지 살펴보고, 이 논제를 보다 분명히 드러내 보이려는 한 시도를 비판적으로 검토할 것이다. 그런 과정 중에 이 두 논제의 관계도 보다 분명히 드러내 보일 것이다.

【주제어】 증명이론, 논리적 귀결, 논리상항의 의미, 겐첸, 프라위츠, 더밋

1. 증명 이론적 귀결과 자체적으로 정당한 규칙

볼짜노(B. Bolzano)와 타르스키(A. Tarski)로부터 발전되어온 "논리적 귀결"에 대한 모형 이론적 정의는 그 적절성에 대한 논란에도 불구하고 진리조건적 의미론과 고전논리에 적합한 논리적 귀결개념에 관한 논의에 획기적인 기여를 하였다. 그러나, 이런 정의는 그 진리개념에 대한 문제점과 함께 사용과 의미의 밀접한 관련을 충분히 드러내지 못한다는 점에서 불만이 제기되어 왔다.[1] 언어표현, 특히 논리상항의 의미가 그 사용에 의해 결정된다는 입장을 취한다면, 논리적 귀결관계가 (논리상항의) 의미에 의해 성립하는 관계라 할 때, 이 관계는 사용에 관한 조건에 의해 결정됨을 설명할 수 있어야 할 것이다. 더밋(M. Dummett)은 언어의 주장적 사용을 다양한 언어사용의 핵심적 측면으로 간주하여 의미가 사용에 의해 결정된다는 논제를 발전시키고 이에 의거해 직관주의 논리를 옹호해왔다. 이런 정당화주의적 (검증주의적) 의미론은 진리조건 대신 주장(가능성)조건을 논리적 귀결개념과

* 이 논문은 2002년 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음. (KRF-074-AS1551)
1) Prawitz[1985] 참조.

관련시킬 수 있어야 할 것이다.2) 이런 시각에서는 (타당한 논증이나) 논리적 귀결에서 보존되어야 할 속성은 주장(가능성)조건이다. 어떤 문장의 주장가능조건은 어떻게 설명될 수 있는가? 수학의 경우, 대답은 비교적 분명하다. 수학의 명제는 우리가 그 명제에 대한 증명을 알고 있을 때, 혹은 최소한 그 명제에 대한 증명을 구성하는 효과적인 방법을 알고있을 때 올바르게 주장할 수 있다. 직관주의 논리는 고전적 진리개념대신 구성적 증명개념에 의거해 정당화되는 추론을 체계화한다. 직관주의에서는 증명 혹은 구성개념이 주된 역할을 하며, 논리적 귀결개념은 부차적인 것이다. 이는 논리학에 대한 브라우어(L.E.J. Bouwer)의 부정적 태도에 비추어 볼 때 자연스러운 것이라고 할 수 있을 것이다. 그러나, 더밋의 주장처럼 직관주의의 근본적 정당화는 의미론에서 찾아져야 하는 것이고 직관주의 논리가 정당화주의적 의미론에 그 기반을 갖는 논리체계라면, 직관주의적 입장에서도 논리적 귀결개념에 대한 해명은 부차적인 과제에 머무르지 못할 것이고, 또한 그런 해명은 증명개념과 밀접한 관련을 맺는 것이어야 한다.

겐첸(G. Gentzen)의 선구적 통찰에 힘입어 프라위츠(D. Prawitz)는 타당한 논증과 논리적 귀결에 대한 증명 이론적 기준을 제시하였고, 더밋은 이를 더욱 일반적인 형태로 발전시켰다.3) 증명 이론적 귀결개념의 기본적인 생각은 "어떤 명제 A가 어떤 명제 B의 논리적 귀결이기 위해서는 B의 증명이 주어지면 항상 A의 증명이 구성될 수 있어야 한다"는 것이다. 어떤 명제에 대한 가능한 증명은 무제한적이므로, 이런 생각이 타당성을 지니려면 어떤 명제 B가 증명가능하면 항상 B의 구조에 의해 그 복잡성이 제약되는 범위 안에서 B의 증명이 있어야한다. 문장의 의미가 증명조건에 의해 결정된다면, 이런 생각은 자연스러운 것이다. 어떤 구성이 어떤 주어진 문장의 증명으로 간주될 수 있느냐는 문제는 그 문장의 의미에 의해 결정되어야 할 문제이고, 그 구성으로부터 주어진 문장의 의미를 결정하는 증명조건에 부합하는 증명을 구성할 수 있어야 주어진 문장의 증명으로 간주될 수 있을 것

2) Dummett[2003]은 진술의 주장의 근거에 의거한 의미론을 그간의 "검증주의적 의미론" (verificationist theory of meaning)이란 명칭대신 "정당화주의적 의미론" (justificationist theory of meaning)으로 고쳐 부른다. 이런 명칭이 논리실증주의의 입장과의 혼동을 피하는 더 적절한 이름인 듯하므로, 여기서는 주로 이 이름을 사용하겠다.

3) Gentzen[1969], Prawitz[1973], [1974], [1985], Dummett[1991] 등을 참조할 것.

이기 때문이다. 즉, 어떤 문장이든 그 문장이 증명가능하면 그 문장의 의미를 결정하는 증명조건에 부합하는 증명이 - 규준적 증명(canonical proof)이 - 있어야 한다. 따라서, 증명 이론적 귀결개념의 기본적인 생각은 "어떤 명제 B가 어떤 명제 A의 논리적 귀결이기 위해서는 A의 규준적 증명이 주어지면 항상 B의 규준적 증명이 구성될 수 있어야 한다"는 것으로 표현될 수 있을 것이다. 정당화주의적 의미론의 입장에서 볼 때, 어떤 논리상항을 주된 연산자로 지니는 논리적 복합문에 대한 규준적 증명은 기본적으로 그 복합문의 정당화 조건을 전제로 하고 그 복합문을 결론으로 하는 논리상항의 도입규칙들의 적용에 의해 이루어 져야한다. 이런 입장에서는 이런 도입규칙들은 다른 규칙에 의해 정당화가 될 필요가 없는 자체적으로 정당한 규칙들이며, 타당한 추론들은 모두 이런 자체적으로 정당한 규칙들에 의해 정당화되어야 한다.

프라위츠와 더밋은 이런 생각을 엄밀한 형태로 발전시켜서 타당한 논증과 논리적 귀결에 대한 증명 이론적 기준을 제시하였으며, 이 기준에 의하여 직관주의 논리를 옹호하였다. 세부적으로 차이가 있지만, 그들의 증명 이론적 정당화는 윗 단락의 논의에서 드러나는 최소한 두 가지 기본적인 전제를 지니고 있다는 점에서 공통적이다. 그 하나는 위의 논의에서의 규준적 증명의 존재와 관련된 것으로, 더밋은 이를 "근본 가정"(Fundamental Assumption)이라는 명시적인 형태로 드러낸다.이는 "어떤 논리적 복합문이든 그것이 증명 가능하다면, 그 문장의 주된 논리 상항을 도입하는 규칙을 최종단계에 적용한 증명이 있다"는 방식으로 표현될 수 있을 것이다.[4] 두 번째 가정은 "도입규칙들은 다른 외재적인 정당화를 필요로 하지 않는 자체적으로 정당한 규칙들이다"는 것이다. 더밋은 도입규칙들 대신 제거규칙들을 자체적으로 정당한 규칙들로 간주할 수도 있으며, 이는 주장의 귀결을 의미론의 핵심적인 개념으로 간주하는 실용주의적 의미론에 부합하는 접근방식이라고 주장한다. 이 글에서는 어떤 규칙들, 특히 도입규칙들이 자체적으로 정당하다는 주장이 어떻게 이해될 수 있는지 살펴보고, 그 주장을 보다 분명히 하려는 한 시도를 비판적으로 검토할 것이다. 그런 중에 이 주장과 더밋

4) "근본 가정"에 대한 보다 엄밀한 서술을 위해서는 Dummett[1991] 11장(252쪽) 및 12장을 참조할 것.

의 "근본 가정"과의 관계도 보다 분명히 드러내 보일 것이다.

2. 도입규칙과 정의

기본적인 도입규칙들이 다른 외재적인 정당화를 필요로 하지 않는 자체적으로 정당한 규칙들이라는 주장을 검토하기 위해서 당연히 다루어져야할 문제, 즉, 어떤 규칙들이 도입규칙으로 간주될 수 있는가의 문제는 도입규칙들이 어떤 의미에서 자체적으로 정당한가의 문제와 밀접히 관련된 문제이다. 따라서, 도입규칙의 일반적 형태에 대한 논의는 일단 유보하고, 겐첸의 자연연역체계에서의 도입규칙들을 그 전형적인 사례들로 간주하여 논의하기로 한다. 도입규칙들은 어떤 의미에서 자체적으로 정당한 규칙들인가? 프라위츠와 더밋은 궁극적으로 겐첸의 감질나는 주장이 암시하는 듯한 통찰을 보다 분명하게 드러내고 엄밀하게 발전시켜 그 답을 얻으려 했다.

겐첸은 (1) 도입규칙들은 도입된 기호들의 의미를 '정의'하며, (2) 제거규칙들은 도입규칙들에 의해 기호에 부여된 의미로부터 따라나오는 규칙들이며 (3) 각 제거규칙은 그에 상응하는 도입규칙에 의해 유일하게 결정된다고 주장했다.[5] 겐첸의 이 흥미로운 주장과 관련된 적지 않은 연구가 진행되어 왔다. 증명이론에서의 두드러진 결과로 전도원칙에 입각한 프라위츠의 정형화정리는 겐첸의 주장, 특히 (2)를 보다 분명히 하는 데에 크게 기여했다. 그러나, 도입규칙들이 어떻게 논리상항의 의미를 고정하며 나아가 그들이 논리상항의 의미의 정의로 간주될 수 있는지에 대해서는 불분명한 점들이 많이 남아있다.

겐첸의 주장을 문자그대로 따르자면, 어떤 논리상항에 대한 도입규칙들은

---

5) Gentzen[1969] 80-81쪽: "The introduction rule represents, as it were, the 'definitions' of the symbols concerned, and the elimination rules are no more, in the final analysis, than the consequences of these definitions. ...... In eliminating a symbol, we may use the formula with whose terminal symbol we are dealing only 'in the sense afforded it by the introduction of that symbol'. ...... it should be possible to display the E-inferences as unique functions of their corresponding I-inferences on the basis of certain requirements."

그 논리상항의 의미를 고정하는 역할을 하는 일종의 '정의'이기 때문에 다른 (규칙에 의해) 정당화를 필요로 하지 않는 자체적으로 정당한 규칙이 될 것이다. 일반적으로 추론규칙들은 정당화를 요구하지만, 새로운 어휘를 도입하는 약정적인 정의는, 그 정의가 제대로 된 경우, 다른 정당화를 요구하지 않을 것이기 때문이다. 그러나, 우선, 겐첸 자신이 알고있었음에 틀림이 없듯이, 도입규칙들이 표준적인 의미의 명시적 정의에 해당하지는 않는다. 표준적인 정의의 필요조건 중의 하나는 아마 피정의항의 제거가능성일 것이다.[6] 즉, 정의된 표현이 나타나는 문장은 그 것이 나타나지 않는 같은 의미의 문장으로 바꿔 쓸 수 있어야 한다는 것이다. 일견 도입규칙은 이런 의미의 정의에 해당하지는 않는다.

우선, 일반적으로 추론규칙의 전제들은 그 규칙의 결론의 충분조건으로 간주될 뿐 필요조건으로 간주되지는 않는다. 그러나, 표준적인 정의가 제시되기 위해서는 피정의항의 필요충분조건이 제시되어야 한다. 실제로 제거규칙은 도입규칙의 전제들이 그 결론의 '필요조건'에 해당한다는 것을 보인다고 논변할 수도 있다. 예컨대, 주커(J. Zucker)와 트라게서(R. Tragesser)는 논리상항들의 의미가 도입규칙들에 의해 주어진다고 주장하면서, 특정한 논리상항에 대한 제거규칙들은 그 논리상항에 대한 도입규칙들이 그 논리상항을 도입하는 모든 방식이라는 것을 나타냄으로써, 그 논리상항의 의미를 고정(stabilize)하거나 제한(delimit)한다고 주장한다.[7] 그러나, 이런 논변이 성공적이라고 하더라도, 그것은 도입규칙과 제거규칙이 함께 논리상항의 의미를 '정의'한다는 주장을 뒷받침할 뿐, 도입규칙만으로 (혹은 제거규칙만으로) 논리상항의 의미를 규정할 수 있다는 주장을 뒷받침하기는 힘들 것이다. 따라서, 도입규칙들이 지금 논의하는 의미에서 자체적으로 정당한 규칙이라고 하려면, 도입규칙들은 다른 일반적인 추론 규칙들과 - 타당한 논변도식의 전제와 결론으로 이루어지는 추론 규칙들과 - 달리, 어떤 적절한 의미에서 도입규칙의 전제들이 그 결론에 대한 '필요조건'의 역할도 하는 것으로 여겨져야 할 것이다. 실제로 겐첸과 프라위츠는 조건문도입규칙이 $A \supset B$에 "A로부터 B의 연역이 있다"는 의미를 부여하는 것으로 간주하는 것으로 보아 도

6) 정의에 관한 표준적인 논의의 사례로는 Suppes[1957]의 8장을 들 수 있을 것이다.
7) Zucker and Tragesser[1978], 506쪽.

입규칙을 이런 특별한 방식으로 읽었다고 여겨진다.[8] 그러나, 도입규칙들에 이런 특별한 지위를 부여한다고 하더라도, 겐첸과 프라위츠가 인정하듯이, 도입규칙들이 논리상항에 대한 명시적인 정의를 부여한다고 간주하기는 힘들다.

이 점을 보다 분명히 하기 위해, 논리상항의 의미가 부분적으로나마 도입규칙에 의해 규정될 수 있기 위해서는, 도입규칙이 어떤 조건을 만족해야 하는지 도입규칙의 일반적 형태에 대해 논의해 보자.[9] 우선, 어떤 논리상항 c에 대한 도입규칙은 c를 주된 연산자로 지니는 문장을 추론할 수 있는 조건을 c의 의미에 의존하지 않는 방식으로 제시해야할 것이다. (마찬가지로, 논리상항의 의미가 제거규칙에 의해 규정된다고 여긴다면 c를 주된 연산자로 지니는 문장으로부터 추론되는 것들을 c의 의미에 의존하지 않는 방식으로 제시해야할 것이다.) 또한, 조건문 도입규칙이나 보편양화 도입규칙이 그러하듯이, 논리상항의 의미가 문장들이 아닌 연역가능성에 의해 규정될 가능성을 허용해야하며, 선언 도입규칙이 그러하듯이, 논리상항의 의미가 하나의 도입규칙이 아니라 여러 도입규칙들의 집합에 의해 규정될 가능성도 허용해야한다. 이런 조건은 어떤 논리상항 c를 포함하는 문장을 c를 포함하지 않는 같은 의미의 문장으로 대상언어 내에서 번역하는 것을 불가능하게 만드는 듯하다. 예컨대, 연언도입규칙의 전제에 제시된 조건을 연언에 의존하지 않고 서술하거나, 두 선언도입규칙들의 전제들에 제시된 조건을 선언에 의존하지 않고 서술하는 것은 불가능해 보이며, 조건문도입규칙의 전제에 제시된 조건을 "전건으로부터 후건으로의 연역이 있다"고 서술한다면, "연역" 개념을 논리상항, 특히 조건문의 의미와 독립적으로 서술할 수 있어야 순환을 피할 수 있을 것이다.

루이스 캐롤(L. Carroll)의 고전적인 이야기[10]에서 얻을 수 있는 교훈 중의 하나는 추론은 진술 혹은 주장과 구분되는 기본적인 활동이라는 것이다. 추론이 진술로 환원될 수 없는 기본적인 지적 활동이고, 어떤 개념이 추

---

8) Gentzen, 상게서, 80쪽, Prawitz[1971], 247쪽.

9) 도입규칙과 제거규칙의 일반적 형태에 대한 보다 엄밀한 제안들로서는 Prawitz[1978](35쪽), Zucker and Tragesser[1978](504쪽) 및 Dummett[1991](256-8쪽)을 참조할 것. 이들은 약간씩 다르지만 여기 서술된 조건들은 공통적으로 받아들인다.

10) Carroll, L.[1895].

론에 의존해서만 규정될 수 있다면, 그 개념에 대한 명시적이고 환원적인 정의를 기대하기는 힘들 것이다. 물론 대부분의 개념들은 이런 유형에 속하지 않는다. 예컨대, "짝수"의 의미를 "a는 자연수이다"와 "a는 2의 배수이다"는 두 명제들을 전제로 하고 "a는 짝수이다"는 명제를 결론으로 하는 짝수도입 규칙에 의해 '정의'할 수 있다고 하더라도, 이 '정의'를 "짝수는 2의 배수인 자연수이다"는 명시적인 정의로 전환하는 데에 문제가 없다. 그러나, 이 정의는 연언 개념을 이미 전제하고 있는 것이고, 그런 한에서 "짝수"개념에 대한 추론적 '정의'가 필수적인 것은 아니라고 할 것이다. 보다 일반적으로, 논리상항을 포함하는 문장과 논리상항을 전혀 포함하지 않는 문장의 의미가 같을 수가 없다는 그럴듯한 가정을 한다면, 도입규칙에 의한 '정의'를 어떤 식으로 설명하더라도 피정의항의 제거가능성 기준은 만족하지 못할 것이다. 사실 기본적인 논리상항을 논리 외적인 표현에 의해 명시적으로 정의할 수 있으리라고 기대할 수는 없다. 모든 어휘에 대한 명시적이고 환원적인 정의를 기도한다면 순환이나 무한퇴행에 빠질 것이고, 기본적인 논리상항의 의미에 대해서는 명시적이고 환원적인 정의가 불가능하다는 주장이 설득력을 지닐 것이다. 그렇다면, 겐첸의 주장은 도입규칙들이 논리상항의 의미들에 대한 명시적이고 환원적인 정의를 제시한다는 것으로 여겨질 수는 없을 것이고, 이들이 논리상항의 의미들을 암묵적으로 정의하거나 어떤 다른 적절한 의미에서 완전히 혹은 부분적으로 고정한다는 것으로 여겨져야 할 것이다.

정의에 대한 또 다른 표준적인 요구는 "정의는 창조적이 아니어야 한다"는 것이다. 이 요구의 내용은 흔히 "피정의항이 도입된 언어는 그것이 도입되기 이전의 언어의 보존적 확장이어야 한다"는 것으로 표현된다. 즉, 언어 L'이 어떤 언어 L의 정의에 의한 확장이고, Γ는 L에 속하는 어떤 문장들의 집합이고 A는 L에 속하는 어떤 문장이라 하면, L'에서 Γ로부터 A가 연역되는 경우, L에서도 마찬가지이어야 한다는 것이다. 따라서, 도입규칙이 논리상항의 의미를 '정의'하고, 제거규칙이 논리상항의 의미에 의해 타당한 규칙이거나, 혹은 그 역이 성립한다면, 어떤 논리상항과 그에 관한 규칙을 포함하는 언어 L'은 그 논리상항과 규칙들을 제거한 언어 L의 보존적 확장이어야 할 것이다. 그러나, 이 요구의 정당성에 대해서는 심각한 논란이 있다. 벨납(N. Belnap)과 더밋은 논리상항의 의미가 추론규칙들에 의해 - 더밋의

경우는 도입규칙들에 의해 또는 제거규칙들에 의해, 벨납의 경우는 도입규칙들과 제거규칙들에 의해 - 규정되기 위한 필수조건으로 간주하는 반면, 프라위츠는 다른 의견을 지니고 있는 듯하다. 이는 매우 흥미로운 문제이지만, 적어도 직관주의 일차논리의 논리상항들의 경우 보존적 확장의 조건이 성립하므로, 이 문제는 다른 기회에 다루기로 한다.[11]

3. 도입규칙에 의한 논리상항의 의미규정과 근본가정과의 관계

도입규칙들이 그들이 도입하는 논리상항의 의미를 규정하는 것으로 간주되려면, 그런 규칙의 결론은 그 규칙의 전제들에 포함된 내용을 충분히 포착하는 것이어야 한다. 즉, 도입규칙의 전제는 어떤 적절한 의미에서 그 규칙의 결론을 올바르게 주장하기 위한 필요조건이기도 하여야 한다. 예를 들어, 만약에 연언도입규칙의 전제에 표현된 조건과 다른 어떤 조건이 연언의 올바른 주장을 위한 근거가 될 수 있다면, 그런 사실은 항상 연언의 의미에 의해서 정당화될 수 있어야 한다. 즉, 연언의 올바른 주장을 위한 조건은 항상 연언도입규칙의 전제에 표현된 조건으로 효과적으로 전환될 수 있어야 연언도입규칙이 연언의 의미를 규정한다고 할 수 있을 것이다. 그렇지 않을 경우, 즉, 연언도입규칙은 연언을 올바르게 주장하기 위한 한 충분조건에 불과할 뿐이고, 연언도입규칙의 전제로 전환될 수 없는 다른 조건이 연언의 올바른 주장을 위한 또 다른 충분조건이 될 수 있다면, 정당화주의적 의미론의 입장에서 볼 때, 제시된 연언도입규칙이 연언의 의미를 완전히 규정한다고 할 수 없을 것이다. 예컨대, 선언도입규칙의 경우, A로부터 A∨B를 추론할 수 있다는 하나의 규칙만으로는 선언의 의미를 충분히 규정하지 못한다. 주커와 트라게서의 앞서 언급된 입장을 따르자면, 어떤 논리상항에 대한 제거규칙은 그 논리상항에 대한 다른 도입규칙이 없음을 보장하는 역할을 함으로써 도입규칙의 전제가 그 결론이 성립하기 위한 일종의 필요조건임을 드러낸다. 그러나, 겐첸과 프라위츠 및 더밋은 도입규칙에 의해 부여된 논리상

11) 정인교[1999] 참조.

항의 의미에 의해 제거규칙이 정당화된다고 주장하므로, 일견 이들은 제거규칙에 주커와 트라게서가 부여하는 의미고정의 역할을 부담시킬 수가 없는 것으로 보인다. 대신에 프라위츠와 더밋은 이런 정당화를 위해 "논리적 복합문은 그것에 대한 증명이 있다면, 증명의 마지막 단계에 그 복합문의 주된 논리상항을 도입하는 도입규칙을 적용한 증명이 있다"는 이른바 "근본 가정"을 한다.[12] 위의 관찰은 이 근본 가정이 성립하지 않으면, 논리상항의 의미가 주어진 도입규칙에 의해 완전히 규정된 것이 아니라는 것을 보여준다. 역으로, 논리상항의 의미가 도입규칙에 의해 규정되지 않는다면, 정당화주의적 의미론의 입장에서 볼 때 근본가정이 옳다는 근거가 희박해 진다. 그렇다면, 정당화주의적 의미론의 입장에서 볼 때, 근본 가정은 도입규칙이 논리상항의 의미를 규정한다는 논제의 필요조건이 되면서 동시에 이 논제를 지지하는 역할을 할 수 있을 것이다. 더밋은 일상언어에 적용된 근본 가정의 타당성에 대해 다소 유보적인 옹호논증을 제시한다.[13] 그러나, 일차논리의 언어에 국한 할 경우, 근본 가정은 옳은가? 직관주의 일차논리의 경우 근본 가정은 옳을 것이고, 고전적 일차논리의 경우 근본가정은 옳지 않다. 예컨대, 간접적 귀류법이 허용되는 고전논리의 경우 결정 불가능한 명제에 대해서도 배중률을 적용할 수 있다. 즉, 선언도입규칙에 의거해 배중률을 연역할 필요가 없는 것이다. 이로부터 다른 논변 없이 직관주의 논리와 고전논리 중 어느 것이 옳다는 결론을 내리는 것은 순환적이다. 그런 평가를 위해서는 의미론 일반, 특히 논리상항의 의미에 관한 올바른 설명이 제시되어야 하고, 도입규칙이 논리상항의 의미를 규정한다는 논제가 보다 분명히 규명되어야 한다.

4. 추론역할에 의한 논리상항의 의미규정

논리상항의 의미가 기본적인 추론규칙들에 의해 규정된다는 주장은 논리상항의 의미는 추론에서의 역할에서 찾아져야 한다는 보다 일반적이고 느슨한 주장의 한 구체적인 형태라고 할 수 있을 것이다. 논리상항의 의미는 추

12) Dummett[1991], 252쪽
13) Dummett[1991], 12장

론에서의 역할에 의해 규정될 수 있고, 추론규칙들은 논리상항의 추론적 역할을 제시한다는 생각에서 추론규칙들이 논리상항의 의미를 정의하는 역할을 한다는 생각은 겐첸 뿐만 아니라 여러 사람들이 해 왔다.14) 이들 중 많은 이들은 추론규칙들이 논리상항의 의미를 대상언어에서 명시적으로 정의하지는 못하더라도, 논리상항들의 의미는 추론규칙들에 의해 고정되고, 그렇게 고정된 의미는 메타언어에서 설명되거나 정의될 수 있다는 생각을 해왔다. 예컨대 포퍼(K. Popper)는 결과적으로 연언 A&B를 "A와 B로부터 연역가능하고 그것으로부터 A와 B가 각각 연역 가능한 명제"와 같은 방식으로 설명하고, - 포퍼는 이런 설명을 "추론적 정의"(inferential definition)라고 불렀다 - 연언도입규칙과 연언제거규칙을 이런 "추론적 정의"를 가능케 하는 "규정규칙"(characterizing rule)으로 간주했다.15) 겐첸과 프라위츠 및 더밋에 의해 발전된 논리상항의 의미설명은 이들과 여러 가지 중요한 차이를 지니고 있다. 한 두드러진 차이는 의미를 고정하는 규칙들의 형식에 관한 제약이다. 이런 제약은 의미론의 핵심개념을 어떤 것으로 하느냐에 따라 달라진다. 주장(정당화)조건을 핵심개념으로 하는 정당화주의적 의미론에서는 도입규칙들이 논리상항의 의미를 고정하는 역할을 하고, 주장의 귀결을 핵심개념으로 하는 실용주의적 의미론에서는 제거규칙들이 그런 역할을 하게된다. 아무런 추론규칙이나 논리상항의 의미를 규정하는 역할을 할 수 있는 것은 아니고, 도입규칙과 추론규칙이 함께 논리상항의 의미를 규정하는 것도 아니며, 의미론의 핵심개념이 무엇인가에 따라, 도입규칙들 만에 의해서 혹은 제거규칙들 만에 의해서 논리상항의 의미가 규정된다고 생각했던 것이다.

겐첸, 프라위츠, 더밋의 기획과 포퍼를 비롯한 추론역할적 접근방식의 또

14) '추론역할적 의미론'이란 모호한 이름은 논리상항 뿐 아니라 다른 언어표현들의 의미도 그들의 추론에서의 역할에서 찾으려는 입장에 붙여진 간판이라고 간주할 때, 정당화주의적 의미론이나 실용주의적 의미론도 이런 간판을 달고 있지만, 논리상항의 의미에 관한 분석에서 이런 입장이 가장 잘 적용될 수 있다고 여겨질 것이다. 논리상항의 의미를 추론역할에서 찾으려는 입장과 관련된 여러 다양한 접근방식의 사례들로서는 겐첸, 프라위츠, 더밋 외에도 포퍼와 닐(W. Kneale; Schoroeder-Heister[1984]와 거기 언급된 참고문헌을 참조할 것), Belnap[1962], Zucker and Tragesser[1978] (Grandy[1978] 참조), Hacking[1979], Schroeder-Heister[1985], Harman[1986], Koslow[1992] 등을 들 수 있다.

15) 이는 물론 포퍼의 초기견해에 대한 지나치게 단순한 규정이다. 보다 자세한 논의를 위해서는 Schroeder-Heister[1984]를 참조할 것.

다른 중요한 차이는 다음과 같다. 포퍼는 "논리적 귀결" 혹은 "연역가능성"에 의거해 논리상항의 의미를 명시적으로 정의하고, 이렇게 정의된 논리상항의 의미에 의해 추론규칙들을 정당화하려했다. 반면에 겐첸, 프라위츠, 더밋은 기본적인 추론규칙들, 즉 도입규칙에 의거해 논리상항의 의미를 규정하고, 이렇게 규정된 논리상항의 의미에 의해 논증의 타당성과 논리적 귀결 개념을 정의하고 다른 추론규칙들을 정당화하려했다. 이런 차이에도 불구하고, 정당화주의적 의미론이나 실용주의적 의미론에서 도입규칙들 혹은 추론규칙들에 의해 규정된 논리상항의 의미를 그 추론적 역할을 서술함으로써 설명하려고 시도할 수 있을 것이다. 그런 시도의 한 방향을 모색해 보자.

우선 앞서 지적된 대로 도입규칙에 의해 논리상항의 의미를 고정하기 위해서는 도입규칙들의 전제들이 단순히 결론의 충분조건으로 간주되어서는 안 된다. 예컨대, A와 B로부터는 A&B뿐 아니라, A∨B나 A→B등 연언 보다 약한 수많은 다른 명제들을 표현하는 문장들이 연역가능하기 때문이다. 그러나, 이런 보다 약한 문장에는 연언제거규칙이 적용되지 못한다. 연언제거규칙이 연언도입규칙에 의해 규정된 연언의 의미에 의해 정당하려면, A와 B로부터 따라나오는 모든 문장은 A&B로부터 따라나와야 한다. 즉, 연언도입규칙이 도입하는 연언 A&B는 "A와 B로부터 논리적으로 따라나오는 가장 강한 명제를 표현하는 문장"으로 간주되어야 한다고 할 것이다. 이런 논변은 어떤 논리상항이 주어진 도입규칙들에 의해 규정되는 경우 일반적으로 적용될 수 있으므로, 이런 경우 그 도입규칙들의 결론은 그 규칙들의 전제들이 공통적으로 보장하는 가장 강한 주장으로 여겨져야 한다고 할 것이다.

마찬가지로, 논리상항의 의미가 제거규칙에 의해 결정된다고 간주한다면, 제거규칙의 전제는 단순히 결론의 충분조건으로 간주되어서는 안 된다. 이 경우, 위와 대칭적인 논변을 따르자면, 연언도입규칙이 연언제거규칙에 의해 규정된 연언의 의미에 의해 정당화되어야 하므로, A와 B가 따라나오는 명제로부터는 모두 A&B가 따라나와야 한다. 즉, 연언제거규칙의 전제 A&B는 "A와 B가 논리적으로 따라나오는 가장 약한 명제"로 간주되어야 한다고 할 것이다. 이런 논변은 어떤 논리상항이 하나의 전제를 지니는 제거규칙들에 의해 규정되는 경우 일반적으로 적용될 수 있으므로, 이런 경우 그 제거규칙들의 전제는 그 규칙들의 결론들을 보장하는 가장 약한 주장으로 여겨

져야 한다고 할 것이다.[16]

그러나, 위와 같은 구조적 설명이 논리상항의 의미에 대한 설명으로 간주될 수 있는지에 대해서는 심각한 의문이 제기될 수 있다.[17] 위의 설명은 "논리적으로 따라나옴"의 관계를 이해된 것으로 전제하고 있다. 포퍼는 이를 "연역가능성"의 관계로 명명하고 다른 이들은 이를 "논리적 귀결"의 관계로 명명한다. 그러나, 이런 관계가 기본적인 추론규칙들과 독립적으로 이해되는 것으로 여길 수는 없을 것이다. 그렇다면, 논리상항의 의미를 연역가능성에 의거한 추론역할에 의해 설명하고 추론규칙들을 논리상항의 의미에 의해 정당화하려는 포퍼의 시도는 순환에 빠지고 만다. 이런 순환을 피하기 위한 한 가지 제안은 개별적인 논리상항에 관한 규칙들과 독립적으로 연역가능성의 개념을 규정하고, 개별적인 규칙들은 확장된 언어에 적용되는 확장된 연역가능성의 개념을 규정하는 것으로 간주하는 것이다. 이 제안을 따른다면, 겐첸의 정식열 연산(sequent calculus)에서 구조적 규칙에 해당하는 것들, 예컨대, 연역가능성관계를 대자적이고, 단조적이고, 이행적이라는[18] 일반적 특성에 의해 규정하고, 위의 설명에서의 "논리적으로 따라나옴"을 이렇게 규정된 의미로 이해할 것이다. 그러나, 이 경우, 도입규칙의 전제와 결론이 연역가능성의 관계에 포섭되지 않았으므로, 논리상항을 포함하는 복합문이 그 전제들로부터 논리적으로 따라나오지 않을 것이다.[19]

이런 어려움을 극복하기 위한 한 방식은 우선 연역가능성 관계를 도입규칙들에 (혹은 제거규칙들에) 의해 확장하고 위의 설명에서의 "논리적으로 따

---

16) 테난트는 "어떤 논리상항을 주된 연산자로 지니는 문장이 그 상항의 도입규칙의 전제에 서술된 조건을 만족하는 경우 추론될 수 있는 가장 강한 명제를 표현하는 동시에 그 상항의 제거규칙에서 요구되는 조건을 만족하는 가장 약한 명제를 표현하게끔 도입규칙과 배제규칙이 제시되어야 한다"는 조건을 "조화의 원칙"이라 부른다. (Tennant[1978] 74쪽 및 Tennant[1987] 9장 참조) 이는 더밋의 조화의 원칙과는 다른 다소 혼동스러운 명칭이다. (정인교[1997] 및 [1999]참조)

17) 아래와 유사한 비판은 Tennant[1987]와 Hacking[1978]에도 적용된다고 여겨진다.

18) 이들은 각각 겐첸의 귀결연산의 공리, Thinning Left 및 Cut Rule에 해당한다. 포퍼는 대자성과 이행성을 "절대적 규칙"이라 부른다. (Schroeder-Heister[1984] 2장 참조)

19) McKinsey[1948]는 포퍼의 절대적 규칙에만 의존하는 연역의 경우, A가 어떤 전제들로부터 연역가능하면 A는 그 전제들 중의 하나와 같아야한다는 지적을 한다. (Schroeder-Heister[1984] 90쪽 참조.) 원자문장들로부터 원자문장으로의 추론을 허용하는 이른바 "한계규칙"을 허용하면 McKinsey의 비판이 그대로 적용되지는 않겠지만, 어려움은 여전히 남을 것이다.

라나옴"을 이렇게 확장된 연역가능성 개념으로 이해하는 것이다. 이런 제안을 따르자면, 도입규칙들은 (혹은 제거규칙들은) 다음과 같은 의미에서 논리상항의 의미를 부분적으로 규정하는 자체적으로 정당한 규칙이다. 우선 대자성과 이행성과 같은 구조적 특성에 의해 연역가능성 개념이 규정되고, 각 도입규칙은 (혹은 제거규칙은) 이 연역가능성개념을 보존적으로 확장하며, 이 확장된 연역가능성개념에 의거해 각 논리상항의 의미가 규정된다.

이제 이런 제안 하에서 일차논리의 논리상항들이 어떻게 규정되어야 하는지를 보다 자세히 살펴보자. 우선 논리적 귀결에 대한 증명 이론적 접근에서는 "논리적으로 따라나옴"의 관계를 "연역가능성"으로 부르는 것이 적절할 것이나, 여기서 중요한 것은 이 관계의 어떤 특성들이 전제되느냐는 문제이므로, 포퍼의 표기를 따라 이 관계를 "/"로 표기하고, Γ를 명제들의 집합, A를 명제라 할 때, "Γ/A"를 "Γ가 A를 논리적으로 함축한다" 혹은 "A는 Γ의 논리적 귀결이다" 혹은 "A가 Γ로부터 논리적으로 연역된다"는 방식으로 자유롭게 읽겠다. 다른 사항은 겐첸의 정식열 연산에서의 정식열(sequent)의 표기법을 따를 것이다. 다만, 정식열의 후건은 항상 하나의 문장으로 채워지고, 전건은 유한한 문장들의 집합으로 간주하겠다.[20] 또한 어떤 "명제"와 그 "명제를 표현하는 문장"을 엄밀히 구분하지 않고 쓰겠다. 여기서 귀결관계는 명제들의 집합과 명제간의 관계로 이해되었지만, 아래의 I& 혹은 E&에 의해 일단 연언이 도입되면 "P1, ... , Pn / A ≡ (P1& ... &Pn) /A"가 성립할 것이므로 논리적 귀결관계를 명제들 간의 관계로 이해할 수 있다. 메타언어는 직관주의 논리로 생각할 수 있고 메타언어의 논리상항으로는 ∧, ⊃, ≡, (x), (Ex) 등을 사용할 것이다. 우선, 논리적 귀결관계에 관한 기본적인 조건으로는 다음을 필요로 할 것이다.

(R) 모든 명제는 자기 자신을 함축한다

20) 겐첸은 고전논리의 정식열 연산에서 후건에 여러 문장들을 허용하였다. 선언지에 해당하는 여러 결론을 지니는 귀결개념의 적합성에 대한 중요한 논란이 있지만, 여기서의 논의와의 관련은 아직 불분명하다. 전건을 유한한 문장들의 집합으로 간주하는 것은 겐첸의 교환규칙(Interchange)과 축약규칙(Contraction)을 불필요하게 만드는 편의상의 제약이다. (Gentzen[1969] 84쪽 참조) 겐첸의 구조적 규칙들에 제약을 가하는 여러 논리체계들을 고려하려면 이런 제약은 재고되어야 할 것이다.

A/A

(M) 논리적 함축관계는 단조적이다.

$\Gamma/A \supset \Gamma, B/A$

(T) 논리적 함축관계는 이행적이다.

$\Gamma/A \wedge \Delta, A/B \supset \Gamma, \Delta/B$

각 논리상항에 대해서는 다음의 진술 쌍들 중 도입규칙에 의해 논리상항의 의미를 규정하려는 입장에서는 I진술들을, 제거규칙에 의해 논리상항의 의미를 규정하려는 입장에서는 E진술들을 기본적인 것으로 택하게 될 것이다.[21]

(I&) A&B는 A와 B로부터 따라나오는 가장 강한 명제를 표현하는 문장이다.

$A, B/A\&B \wedge (C)(A, B/C \supset A\&B/C)$

(E&) A&B는 A와 B를 함축하고, A와 B를 함축하는 명제들의 집합은 모두 A&B를 함축한다.

$A\&B/A \wedge A\&B/B \wedge (\Gamma)(\Gamma/A \wedge \Gamma/B \supset \Gamma/A\&B)$

(I∨) A∨B는 A와 B로부터 공통적으로 따라나오는 가장 강한 명제를 표현하는 문장이다.

$(A/A \vee B \wedge B/A \vee B) \wedge (C)((A/C \wedge B/C) \supset A \vee B/C)$

(E∨) A∨B는 A와 B로부터 공통적으로 따라나오는 명제들이 모두 따라나오는 가장 약한 명제를 표현하는 문장이다.

---

21) (→I)의 서술방식을 고려하면, 예컨대 (I&)도 다음과 같은 방식으로 서술할 수 있을 것이다: A&B는 Γ로부터 A가 연역가능하고 Δ로부터 B가 연역가능한 경우에 Γ,Δ로부터 연역가능한 가장 강한 문장이다. $((\Gamma/A \wedge \Delta/B \supset \Gamma,\Delta/A\&B) \wedge (C)((\Gamma)(\Gamma/A \wedge \Delta/B \supset \Gamma,\Delta/C) \supset A\&B/C)$. 다른 논리상항에 대해서도 마찬가지 방식으로 서술할 수 있으나, 여기서의 단순한 서술을 택해도 본문에서의 논의에 별다른 차이를 가져오지 않는다.
(E&)를 (I&)와 대칭적 조건으로 서술하려면, 다음과 같이 진술해야할 것이다: A&B는 A와 B가 함께 따라나오는 가장 약한 문장이다. $(A\&B/A \wedge A\&B/B \wedge (C)(C/A \wedge C/B \supset C/A\&B))$ 본문의 진술은 이보다 강한 진술이다. (E&)로부터 연언제거규칙을 정당화하고, 나아가 $P1, ..., Pn/A \equiv P1\& ... \&Pn/A$가 성립하기 위해서는 본문의 강한 진술을 필요로 한다.
(→I)의 서술에서 Γ에 대한 보편양화는 필수적이다. A,B/A이고 A/B→A이지만 A로부터 따라나오는 가장 강한 명제는 A이지 B→A가 아니다.

$(C)((A/C \land B/C) \supset A \lor B/C) \land (D)((C)((A/C \land B/C) \supset D/C) \supset D/A \lor B)$

(I→) A→B는 임의의 유한한 명제들의 집합 Γ에 대해 Γ로부터 B가 논리적으로 따라나오는 경우 Γ-{A}로부터 논리적으로 따라나오는 가장 강한 명제를 표현하는 문장이다.

$(\Gamma)(\Gamma/B \supset \Gamma\text{-}\{A\}/A \to B) \land (C)((\Gamma)(\Gamma/B \supset \Gamma\text{-}\{A\}/C) \supset A \to B/C)$

(E→) A→B는 A가 주어졌을 때 B가 따라나오는 가장 약한 명제를 표현하는 문장이다.

$A \to B, A/B \land (C)(C, A/B \supset C/A \to B)\ (\Gamma)(\Gamma, A/B \supset \Gamma\text{-}\{A\}/C) \supset C/A \to B)$

부정의 경우는 특별한 취급을 요한다. 예컨대, "Γ로부터 모순이 따라나올 경우 ~A는 Γ-{A}의 귀결이다"는 규칙의 경우, 모순을 한 문장과 그것의 부정으로 간주한다면, 이 규칙은 그 전제에 이미 부정개념을 전제하고 있기 때문에 부정의 의미를 규정하는 도입규칙으로 간주될 수 없다. 한 우회적인 방식은, 겐첸과 프라위츠의 규칙을 따라, 모든 명제를 함축하는 (혹은 증명불가능한) 명제 ⊥을 도입하여 ~A를 A→⊥으로 정의하는 것이다. ⊥를 모든 문장을 함축하는 가장 강한 명제라고 하든 모든 문장을 함축하는 가장 약한 명제라고 하든 마찬가지 주장이 될 것이다. ⊥에 대해서는 적절한 도입규칙은 없는 반면 제거규칙은 있으므로, 부정의 의미는 정당화주의적 의미론보다 실용주의적 의미론에서 더 잘 설명될 수 있다는 논변이 가능할지도 모르나, 이는 보다 깊은 검토를 요하는 문제이다.[22] ~A를 A→⊥으로 정의할 때, 다음은 각각 (I→)와 (E→)의 귀결이다.

22) 모순이 아닌 것으로부터 모순이 따라나와서는 안되므로, 모순에 대한 비 순환적인 도입규칙은 없다고 생각하기 쉽다. 그러나, 모순으로부터 모든 문장이 따라나온다는 제거규칙과 조화로운 규칙은 모든 문장들의 집합으로부터 모순이 따라나온다는 도입규칙이다. 이 도입규칙을 비순환적인 것으로 만들려면, 약간의 가정 하에서, 모든 원자문장들로부터 모순이 따라나온다는 도입규칙을 택하면 된다. 이런 이유에서 더밋은 ⊥을 (주어진 언어의) 모든 원자문장들의 연언으로 간주한다. 원자문장이 무한히 많은 경우, ⊥도입규칙의 전제들은 무한히 많은 원자문장들이 될 것이다. (Dummett[1991], 295쪽 참조.)

(I~) ~A는 임의의 유한한 명제들의 집합 Γ에 대해 Γ로부터 ⊥이 논리적으로 따라나오는 경우 Γ-{A}로부터 논리적으로 따라나오는 가장 강한 명제를 표현하는 문장이다.

$(\Gamma)(\Gamma/\bot \supset \Gamma\text{-}\{A\}/{\sim}A) \wedge (C)((\Gamma)(\Gamma/\bot \supset \Gamma\text{-}\{A\}/C) \supset {\sim}A/C)$

(E~) ~A는 A가 주어졌을 때 ⊥이 따라나오는 가장 약한 명제를 표현하는 문장이다.

${\sim}A,A/\bot \wedge (C)(C,A/\bot \supset C/{\sim}A)$ $(\Gamma)(\Gamma,A/\bot \supset \Gamma\text{-}\{A\}/C) \supset C/{\sim}A)$

양화사를 취급하는 한 방식은 다음과 같다.

(I∀) ∀xA(x)는 Γ, ∀xA(x)에 나타나지 않는 a에 대해 A(a)가 Γ로부터 연역가능한 경우에 Γ로부터 연역가능한 가장 강한 명제이다.

$(\Gamma)((a^*)\ \Gamma/A(a) \supset \Gamma/\forall xA(x)) \wedge (C)((\Gamma)(a^*)(\Gamma/A(a) \supset \Gamma/C) \supset \forall xA(x)/C)$[23]

(E∀) ∀xA(x)는 모든 a에 대해 A(a)를 함축하는 가장 약한 명제이다.

$(a)(\forall xA(x)/A(a)) \wedge (C)((a)(C/A(a)) \supset C/\forall xA(x))$

(I∃) ∃xA(x)는 모든 a에 대해 A(a)로부터 연역가능한 가장 강한 진술이다.

$(a)\ (A(a)/\exists xA(x)) \wedge (C)\ ((a)(A(a)/C) \supset \exists xA(x)/C)$

(E∃) ∃xA(x)는 a가 Γ, B, ∃xA(x) 에 나타나지 않고 Γ가 B를 함축할 경우 Γ-{A(a)}와 함께 B를 함축하는 가장 약한 명제이다.

$(\Gamma)(a^*)(\Gamma/B \supset \Gamma\text{-}\{A(a)\},\exists xA(x)/B) \wedge (C)((\Gamma)(a^*)(\Gamma/B \supset \Gamma\text{-}\{A(a)\},C/B) \supset C/\exists xA(x))$[24]

이제 위의 진술들이 도입규칙 혹은 제거규칙이 논리상항의 의미를 규정한

---

23) 여기서 (a*)는 "∀xA(x)는 Γ, ∀xA(x)에 나타나지 않는 모든 a에 대해"를 줄인 것이다.

24) 여기서 (a*)는 "Γ, B, ∃xA(x) 에 나타나지 않는 모든 a에 대해서"를 줄인 것이다.

다는 주장을 위해 어떻게 활용될 수 있는지 보다 자세히 검토해 보자. 우선, 도입규칙과 제거규칙들을 모두 기본적인 규칙으로 받아들이고, "/"를 "연역가능성"으로 해석하면, 위의 진술들은 전부 참이다.[25] 예컨대, (I→)의 경우, 왼쪽 연언지는 →도입규칙에 의해 참이고, 오른쪽 연언지는 →제거규칙에 의해 다음과 같이 확인된다: (Γ)(Γ/B ⊃ Γ-{A}/C)라 하자. 그러면, A→B,A/B ⊃ A→B/C 이고 이 조건문의 전건은 →제거규칙에 의해 참이므로 후건이 따라나온다. (E→)의 경우, 왼쪽 연언지와 오른쪽 연언지는 각각 →제거규칙과 →도입규칙에 의해 참이다. 그러나, 이런 사실은 정당화주의적 의미론이나 실용주의적 의미론에 별 도움이 되지 못한다. 이들에 의하면 도입규칙들에 의해 (혹은 제거규칙들에 의해) 논리상항의 의미가 규정되고, 그렇게 규정된 논리상항의 의미에 의해 제거규칙들이 (혹은 도입규칙들이) 정당화되고 보다 일반적인 논리적 귀결개념이 규명되어야하기 때문이다. 따라서, 이들 기획에 도움이 되기 위해서는 (R), (M), (T)와 (I)진술들로부터 제거규칙이 정당화되거나 (R), (M), (T)와 (E)진술들로부터 도입규칙들이 정당화되어야 한다. 전자의 경우 (E)진술들이 따라나오고, 후자의 경우 (I)진술들이 따라나온다. 이 두 가설들이 성립하는가? 흥미로운 점은 최소한 긍정적 명제논리와 관련해 후자는 성립하지만 전자는 성립하지 않는 것 같다는 것이다. 즉, (R), (M), (T)를 가정할 때, (E)진술들로부터 도입규칙들은 정당화되지만, (I)진술들로부터 제거규칙들은 정당화되지 않는 듯이 보인다는 것이다.

우선, (R), (M), (T)를 가정할 때, (E)진술들로부터 도입규칙들이 따라나온다는 사실과 유사한 결과들은 이미 기존의 문헌들에서 발견된다.[26] 예컨대, 연언도입규칙의 경우, (R)과 (M)에 의해 A,B/A이고 A,B/B이므로, (E&)의 세 번째 연언지에 의해 A,B/A&B이다. 앞서 주장된 (*) P1, ... , Pn / A ≡ (P1& ... &Pn) /A의 단순한 경우, 즉, A,B/C ≡ A&B/C는 다음과 같이 확인된다: A,B/C라면, (E&)의 첫 번째 연언지와 (M) 및

25) Tennant[1978], 75쪽 및 Tennant[1987], 96쪽 참조.

26) 논리상항의 의미를 설명하려는 기획은 아니지만, Koslow[1992]는 유사한 결과를 얻고 있다. Schroeder-Heister[1985]는 제거규칙들에 의거한 증명이론적 귀결개념을 발전시킨다.

(T)에 의해 A&B,B/C이므로, (E&)의 두 번째 연언지와 (M) 및 (T)에 의해 A&B/C이다. 역으로 A&B/C라면, A,B/A&B이므로, (T)에 의해 A,B/A&B이다. 선언도입규칙과 조건문제거규칙도 다음과 같이 쉽게 확인된다.

A/A∨B ∧ B/A∨B: (E&)의 세 번째 연언지로부터 (C)((A/C ∧ B/C) ⊃ A/C) ⊃ A/A∨B이고 전건은 논리적 진리이므로, A/A∨B. 마찬가지로, B/A∨B.

Γ/B ⊃ Γ-{A}/A→B: Γ/B이면 (M)에 의해 Γ,A/B이므로 (E→)의 세 번째 연언지와 (*)에 의해, Γ-{A}/A→B.

(R),(M),(T)를 가정할 때, (I&)가 연언제거규칙을 정당화하고, (I∨)가 선언제거규칙을 정당화한다는 사실은 쉽게 확인된다. 전자의 경우, (R)과 (M)에 의해 A,B/A이고 A,B/B이므로 (I&)의 두 번째 연언지에 의해 A&B/A이고 A&B/B이다. 후자의 경우, (A/C ∧ B/C)라면, (I∨)의 세 번째 연언지에 의해 A∨B/C이다. 그러나, (I→)로부터 조건문제거규칙이 파생되지는 않는 것으로 보인다.[27)]

위의 추측이 사실이라 할 지라도, 추정된 비대칭성이 무엇에 기인하는지에 대한 보다 깊은 이해가 없는 상황에서, 이런 결과가 논리상항의 의미를 제거규칙들에 의거해 설명하는 접근이 도입규칙들에 의해 설명하는 접근보다 더 유망하다는 것을 보인다고 하기는 힘들 것이다. 예컨대, (R), (M), (T)와 (I) 진술들 또는 (E) 진술들로 이루어진 공리체계를 택한다면, 이런 접근 방식은 논리상항들과 귀결관계를 동시에 설명하거나 최선의 경우 암묵적으로 정의하려는 접근방식이 될 것이다. 그러나, 프라위츠와 더밋의 기획은 도입규칙들에 의해 규정되는 논리상항의 의미에 의해 논증의 타당성과 논리적 귀결관계를 설명하려한다는 점에서 이런 체계들과 다르다. 언급된 공리체계들은 기본적인 추론규칙들과 귀결관계를 결부시켰다는 점에서 부분적

27) 유한 분배 격자는 하이팅 격자임을 보이기 위한 증명(Dummett[2000] 126쪽 참조)을 생각하면, A와 더불어 B를 함축하는 명제가 유한한 경우에는 (I→)로부터 조건문 제거규칙이 따라나옴을 보일 수 있다: S={C : A&C/B}={C1, ... , Cn}이라 하면, A→B는 S의 모든 원소들이 함축하는 가장 강한 명제이므로 (I∨)에 의해 A→B/C1∨C2∨...∨Cn이고 A&(A→B)/A&(C1∨C2∨...∨Cn)/(A&C1)∨(A&C2)∨...∨(A&Cn)이고 A&C1/B, ... ,A&Cn/B이므로 A&(A→B)/B이다. 그러나, S가 무한집합인 경우에는 이런 논증을 제시할 수 없다.

으로 증명 이론적인 접근방식이지만, 논리상항의 의미를 귀결관계의 전체적 구조에 의해 고정시키려하기 때문에, 논리상항의 의미를 그 사용과 보다 밀접히 관련시키지 못한다. 이 점은 다음의 비판에서 잘 드러난다.

정당화주의적 의미론의 입장에서 볼 때, 예컨대 "A와 B로부터 연역될 수 있는 가장 강한 명제"란 기술구는 유일성의 조건을 만족하지 않으며 지시체가 너무 많은 표현이다. A와 B로부터 연역될 수 있는 모든 문장들은 A&B와 상호연역가능한 많은 문장들, 예컨대 A&(A→B)와 B&(A∨-B) 등으로부터도 연역 가능하지만 이들은 A&B와는 다른 명제를 표현하기 때문이다.[28] 이 점은 포퍼의 "추론적 정의"에도 마찬가지로 적용된다. A&B와 상호연역가능한 모든 문장들이 "A와 B로부터 연역되고 그로부터 A와 B를 연역할 수 있는 문장"이기 때문이다. 유일성의 조건을 만족시키기 위해 포퍼는 연역의 관계에 있는 항, 예컨대 연언을 결과적으로 연역관계에 대한 A&B의 동치집합으로 간주했다. 포퍼의 전략이 바람직하다면 여기서도 그 전략이 그대로 택해질 수 있다. 그러나, 포퍼의 전략은 증명 및 사용과 의미의 밀접한 관련을 드러내려는 접근 방식과 배치된다. 이런 입장에서는 상호연역가능성 혹은 논리적 동치가 동의미성의 충분조건이 될 수 없다. 어떤 문장의 추론에서의 역할을 규정함에 있어서 포퍼의 체계나 위에 언급된 공리체계는 어떤 문장들로부터 그 문장이 연역되는지, 그리고 그 문장들로부터 어떤 문장들이 연역되는 지에만 주목하였다. 즉, 연역이 구성되는 방식은 도외시하고 타당한 연역의 전제들과 결론에만 주목함으로써, 상호연역가능한 문장들의 다른 역할들을 구분하지 못하는 결과를 가져왔던 것이다. 그러나, 논리상항의 의미가 특정한 추론규칙들에 의해 고정된다면, 다른 논리상항들을 포함하는 문장들은 다른 추론규칙들에 의해 그 의미가 고정되는 것이므로 상호연역가능성이 동의미성을 보장하지 못한다. 오히려, 두 문장의 상호연역가능성은 추론규칙들에 의거해 정당화되어야한다는 점을 받아들인다면, 그리고 두 문장이 같은 의미를 지닌 경우 그 동의미성은 그 두 문장의 의미를 이해하는 사람들에게는 다른 정당화가 필요 없이 인식될 수 있어야 한다는 조건을 받아들인다면, 예컨대 A&B와 A&(A→B)는 비록 상호연역가능 하지만

28) 보존성과 유일성의 조건이 만족된다면 추론규칙이 논리상항의 의미를 "정의"한다는 Belnap[1962]의 주장에 대해 Prior[1964]는 유사한 비판을 한다.

의미가 같을 수는 없다.

이런 비판을 피하면서 앞서와 같은 추론역할적 설명에 의해 논리상항의 의미를 설명하려면 상호연역가능한 문장들의 추론역할을 구분할 수 있어야 한다. 이런 방향의 한 시도는 상호연역가능한 문장들이 표현하는 명제들을 논리적 혹은 의미론적 단순성의 척도에 의해 구분하는 것이다. 도입규칙은 논리적 복합문의 정당화 조건을 제시함으로써 논리상항의 의미를 규정한다는 정당화주의적 의미론의 입장에서 볼 때, A&B와 A&(A→B)는 비록 같은 전제들 A와 B로부터 정당화될 수 있지만 이들은 각각 다른 방식으로 정당화되어야한다. A&(A→B)의 의미에 의거한 정당화는, 즉, 그 규준적 증명은, 연언도입규칙뿐 아니라 →의 의미를 규정하는 조건문 도입규칙에 의존해야하는 반면, A&B는 그렇지 않다는 점에서 A&B는 A&(A→B)보다 논리적으로 혹은 의미론적으로 더 단순한 문장이라고 할 수 있을 것이다. 이런 제안에 의해 상호연역가능한 문장들의 의미를 구분한다면, 예컨대 연언 A&B는 "A와 B로부터 연역가능한 가장 강하고 단순한 명제를 표현하는 문장"이라는 설명에 도달할 것이다. 이 설명이 만족스러운 것이 되려면, "단순성"의 측정에 대한 엄밀한 기준이 제시되어야 할 것이다. 정당화주의적 의미론의 입장에서 볼 때, 그러한 기준은 "규준적 증명"의 복잡성에 의거한 척도가 되어야 할 것이다. 그러나, 어떤 논리적 복합문의 규준적 증명이란, 그 복합문이 옳다면 그 복합문을 구성하는 논리상항의 의미에 의해 있게 마련인 증명이고, 논리상항의 의미는 도입규칙에 의해 규정되어야 한다. 이 순환을 벗어날 길이 없다면, 이 절의 접근방식은 어떤 규칙이 논리상항의 의미를 규정함으로써 자체적으로 정당하다는 논제를 해명하기 위한 시도에 도움이 되지 못한다.

참고문헌

정인교, "조화와 안정", 김여수 외 지음, 『언어 • 진리 • 문화 1』, 철학과 현실사, 1997.

정인교, "조화와 보존적 확장", 『철학연구』 제 45집, 1999.

Belnap, N., "Tonk, Plonk and Plink", *Analysis*, 22, 1962.

Carroll, L., "What Tortoise said to Achilles", *Mind*, IV, 1895.

Dummett, M., *The Logical Basis of Metaphysics*, 1991.

Dummett, M., *Elements of Intuitionism*, second ed., 2000.

Dummett, M., "Truth and the Past", *The Journal of Philosophy*, 100, 2003.

Gentzen, G., "Investigations into Logical Deduction", in Szabo, M.(ed.), *The Collected Papers of Gerhard Gentzen*, 1969.

Grandy, R., "Review of Hacking[1979] and nine other articles", *Journal of Symbolic Logic*, Vol. 47, Number 3, 1982.

Hacking, I., "What is Logic?", *The Journal of Philosophy*, 76, 1979.

Harman, G. "The Meaning of Logical Constants", in E. Lepore (ed.), *Truth and Interpretation*, 1986.

Koslow, A., *A Structuralist Theory of Logic*, 1992.

Prawitz, D., "Ideas and Results in Proof Theory", in Fenstad, J. E. (ed.) *Proceedings of the Second Scandinavian Symposium*, 1971.

Prawitz, D., "Towards a Foundation of a General Proof Theory", in Suppes, P. et. al. (eds.), Logic, *Methodology and Philosophy of Science IV*, 1973.

Prawitz, D., "On the Idea of a General Proof Theory", *Synthese*, 27, 1974.

Prawitz, D., "Proofs and the Meaning and Completeness of the Logical Constants", in Hintikka, J. et. al. (eds.), *Essays on*

Mathematical and Philosophical Logic, 1978.

Prawitz, D., "Remarks on Some Approaches to the Concept of Logical Consequence", *Synthese*, 62, 1985.

Prior, A., "Conjunction and Contonktion Revisited", *Analysis*, 24, 1964.

Schroeder-Heister, P., "Popper's Theory of Deductive Inference and the Concept of Logical Constant", *History and Philosophy of Logic*, 5, 1984.

Schroeder-Heister, P., "Proof-theoretic Validity and the Completeness of Intuitionistic Logic", in G. Dorn and P. Weingartner (ed.), *Foundations of Logic and Linguistics*, 1985.

Suppes, P., *Introduction to Symbolic Logic*, 1957.

Tennant, N., *Natural Logic*, 1978.

Tennant, N., *Anti-Realism and Logic*, 1987.

Zucker, J. and Tragesser, R., "The Adequacy Problem for Inferential Logic", *Journal of Philosophical Logic*, 7, 1978.